

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

**OPTIMISATION DE LA MAINTENANCE DE ROUES DE TURBINES  
HYDROÉLECTRIQUES SOUMISES À UNE DÉGRADATION PAR CAVITATION**

AMIR MOUKHLI

DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUE ET DE GÉNIE INDUSTRIEL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES  
(GÉNIE INDUSTRIEL)

Avril 2011

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé :

**OPTIMISATION DE LA MAINTENANCE DE ROUES DE TURBINES  
HYDROÉLECTRIQUES SOUMISES À UNE DÉGRADATION PAR CAVITATION**

Présenté par : MOUKHLI Amir

en vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise ès science appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

M. CLÉMENT Bernard, Ph.D., président

M. OUALI Mohamed-Salah, Doctorat, membre et directeur de recherche

M. ADJENGUE Luc-Désiré, Ph.D., membre

## **DÉDICACE**

À la mémoire de ma mère.

À la mémoire de mon père.

À mon épouse.

À Rawane.

## REMERCIEMENTS

Il m'a été très difficile d'écrire cette page par souci de n'oublier aucune des nombreuses personnes qu'il me faut citer pour leur aide et leur soutien. Qu'elles soient tout assurées de ma plus profonde reconnaissance, même si leur nom n'y figure pas.

Je tiens, tout d'abord, à remercier M. Mohamed-Salah Ouali, mon directeur de recherche. Sa disponibilité et sa confiance qu'il m'a accordées, sa compétence scientifique ainsi que son professionnalisme sans faille ont été pour moi non seulement un stimulant quotidien, mais surtout l'assurance d'un travail hautement motivant et de qualité.

J'adresse mes vifs remerciements à mon professeur Bernard Clément dont l'enseignement pertinent a été pour moi la clé de la réalisation de ce travail.

Je sais infiniment gré à mon épouse, à ma grande famille et à tous ceux qui m'ont témoigné leur confiance, de leurs constants encouragements et de leur patience inébranlable.

## RÉSUMÉ

Cette étude vise à élaborer une stratégie optimale de remplacement, basée sur la réparation minimale des turbines hydroélectriques sujettes à une dégradation stochastique continue cumulative causée par l'érosion de cavitation. Les données de la dégradation obtenues par une prise de mesures durant les inspections périodiques seront utilisées comme une application sur le modèle proposé.

Ce qui est recherché est le temps optimal pour procéder au remplacement de l'équipement, à la suite d'une série de réparations minimales effectuées dès que le niveau de détérioration dépasse un seuil de défaillance fixé. Ce qui permettra de garantir non seulement des dépenses minimales, mais aussi une utilisation optimale des ressources.

La modélisation de la dégradation cumulative est formulée, par un modèle stochastique, en fonction du seuil de dégradation par la méthode des moindres carrés. Le modèle de fiabilité lié à cette formulation présente le gros désavantage d'être associé à un taux de défaillance instantané, non monotone.

Pour contrer le désavantage du modèle initial, une approximation numérique par un modèle de Weibull à trois paramètres est alors avancée. Le nouveau modèle est validé par l'estimateur non paramétrique de Kaplan-Meier et par la méthode du maximum de vraisemblance.

La stratégie de remplacement basée sur la réparation minimale est formulée à partir du modèle de fiabilité de Weibull à trois paramètres; le temps optimal associé au coût total minimal par unité de temps est formulé et identifié.

L'analyse de sensibilité a démontré que la stratégie de maintenance proposée reste sensible et plausible, en cas de variation du seuil de défaillance, des coûts de remplacement ou des coûts de réparation.

## ABSTRACT

This study aims to develop an optimal strategy of replacement based on the minimum repair of hydroelectric turbines subject to a continuous stochastic damage caused by cavitation erosion. The cumulative degradation data obtained from periodic inspections will be used as an application of the proposed model.

We will be looking for the optimal time for replacement of equipment following a series of repairs made as soon as the minimum level of damage exceeded a set failure threshold. This will ensure minimal costs and the optimal use of resources.

Cumulative degradation is formulated by a stochastic model based on the threshold of degradation by the method of least squares. The reliability of this model has the great disadvantage of being associated with a non monotonous instantaneous failure rate.

To counter the disadvantage of the original model, a numerical approximation by a Weibull model with three parameters is then advanced. The new model is validated by the nonparametric Kaplan-Meier and the method of maximum likelihood.

Replacement strategy based on minimal repair is based on the model of reliability of the three-parameter Weibull; the optimal time associated with the lowest total cost over time is formulated and identified.

The sensitivity analysis showed that the proposed maintenance strategy is sensitive and credible in the case of variation of the threshold of failure, replacement costs, or repair costs.

## TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE.....	III
REMERCIEMENTS .....	IV
RÉSUMÉ.....	V
ABSTRACT .....	VI
TABLE DES MATIÈRES .....	VII
LISTE DES TABLEAUX.....	X
LISTE DES FIGURES .....	XI
LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS.....	XIII
LISTE DES ANNEXES .....	XV
INTRODUCTION.....	1
CHAPITRE 1: PROBLÉMATIQUE ET REVUE DE LITTÉRATURE.....	3
1.1    Notions préliminaires .....	3
1.1.1    Phénomène de cavitation.....	3
1.1.2    Variables aléatoires .....	4
1.1.3    La loi de Laplace-Gauss .....	5
1.1.4    Les processus stochastiques .....	5
1.1.5    La régression linéaire simple.....	6
1.1.6    La méthode du maximum de vraisemblance .....	7
1.1.7    Modélisation de la défaillance.....	8
1.1.8    Les objectifs de la maintenance et ses types .....	11
1.2    Problématique.....	13
1.3    Revue de littérature .....	14
1.3.1    Détection et prédiction des érosions de cavitation .....	15

1.3.2	Les modèles à dégradation continue .....	16
1.3.3	La stratégie de remplacement périodique et perte de performance .....	17
CHAPITRE 2: MODÉLISATION DE LA DÉGRADATION .....		19
2.1	Les données de dégradation .....	19
2.2	La modélisation de perte de matière.....	20
2.3	Ajustement du modèle de dégradation .....	22
2.3.1	Modélisation de la moyenne .....	22
2.3.2	Réajustement de la modélisation de la moyenne.....	23
2.3.3	Modélisation de l'écart type .....	26
2.3.4	Réajustement de la modélisation de l'écart type .....	27
CHAPITRE 3: STRATÉGIE DE MAINTENANCE.....		30
3.1	Estimation de la fiabilité .....	30
3.2	Approximation de la fiabilité par la loi de Weibull.....	33
3.2.1	Estimation des paramètres de la loi de Weibull .....	34
3.2.2	Validation du modèle de la fiabilité .....	35
3.3	Estimation du nombre d'échecs .....	40
3.4	Optimisation de la stratégie de remplacement .....	41
3.4.1	Le coût de remplacement .....	41
3.4.2	Le coût de réparation.....	42
3.4.3	Le coût total d'une stratégie de remplacement.....	43
3.4.4	Résultats .....	44
CHAPITRE 4: CONCLUSION ET PERSPECTIVES .....		47
4.1	Conclusion.....	47
4.2	Perspectives.....	48



RÉFÉRENCES.....	49
ANNEXES .....	52

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2-1 : Test de normalité et statistiques des observations .....	21
Tableau 2-2 : Estimation des paramètres du modèle de la moyenne .....	22
Tableau 2-3 : Analyse de la variance du modèle de la moyenne .....	22
Tableau 2-4 : Estimation des paramètres du modèle réajusté de la moyenne .....	24
Tableau 2-5 : Analyse de la variance du modèle réajusté de la moyenne .....	25
Tableau 2-6 : Estimation des paramètres du modèle de l'écart type.....	26
Tableau 2-7 : Analyse de la variance du modèle de l'écart type.....	26
Tableau 2-8 : Estimation des paramètres du modèle réajusté de l'écart type .....	27
Tableau 2-9 : Analyse de la variance du modèle réajusté de l'écart type .....	28
Tableau 3-1 : Estimation des paramètres de la loi de Weibull.....	35

## LISTE DES FIGURES

Figure 1-1 : Zone érodée d'une aube de turbine .....	4
Figure 1-2 : Schématisation d'un modèle à dégradation continue .....	11
Figure 1-3 : Les différents types de maintenance.....	12
Figure 2-1 : Perte cumulative de matière (kg) en fonction du temps d'opération.....	20
Figure 2-2 : Test de normalité sur les données observées sur 13 turbines à $t = 4000h$ .....	20
Figure 2-3 : Diagnostic des résidus du modèle de la moyenne .....	23
Figure 2-4 : Transformation de Box-Cox du modèle de la moyenne.....	24
Figure 2-5 : Diagnostic des résidus du modèle réajusté de la moyenne.....	25
Figure 2-6 : Diagnostic des résidus du modèle de l'écart type .....	26
Figure 2-7 : Transformation de Box-Cox du modèle de l'écart type .....	27
Figure 2-8 : Diagnostic des résidus du modèle réajusté de l'écart type .....	28
Figure 3-1 : Évolution des paramètres du modèle en fonction du temps. ....	31
Figure 3-2 : Exemple de fiabilité du système en fonction du temps et du seuil de défaillance .....	31
Figure 3-3 : Fiabilité du système en fonction du temps et du seuil de défaillance .....	32
Figure 3-4 : Densité de probabilité de défaillance en fonction du seuil de dégradation .....	32
Figure 3-5 : Taux de défaillance instantané .....	33
Figure 3-6 : Approximation de la fiabilité en fonction du seuil de défaillance.....	35
Figure 3-7 : Fiabilité du modèle et fiabilité approximée par la loi de Weibull .....	36
Figure 3-8 : Données utilisées pour l'estimation non-paramétrique .....	37
Figure 3-9 : Estimation non paramétrique de Kaplan-Meier de la fiabilité .....	38
Figure 3-10 : Fiabilité de Kaplan-Meier et fiabilité approximée par la loi de Weibull .....	38
Figure 3-11 : Estimation des paramètres de la loi de Weibull par la méthode du ML.....	39

Figure 3-12 : Densité de probabilité de la loi de Weibull approximée numériquement et celle obtenue par ML. ....	39
Figure 3-13 : Nombre prévu d'échecs en fonction du temps cumulatif d'opération .....	40
Figure 3-14 : Coût de remplacement par unité de temps .....	42
Figure 3-15 : Coût de réparation par unité de temps .....	43
Figure 3-16 : Le coût total pour une stratégie de remplacement (cas : $k = 5$ kg).....	44
Figure 3-17 : Stratégie optimale de remplacement en fonction du seuil de défaillance .....	44
Figure 3-18 : Sensibilité de la stratégie de remplacement.....	45
Figure 3-19 : Sensibilité des coûts minimaux de la stratégie .....	46

## LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

$A, B$	Coefficients aléatoires
$\beta_1, \beta_2$	Estimateurs des moindres carrés
$C_d$	Coût associé au temps d'arrêt « downtime Cost ».
$C_{mr}$	Coût de réparation minimale
$C'_{mr}$	Coût de réparation moyen
$C_p$	Coût de remplacement
$C'_p$	Coût de remplacement moyen
$C_T$	Coût total
$D_.$	Dommages cumulés
$d_p$	Nombre de défaillances se produisant à la date $t_p$
$E[.]$	Espérance d'un échantillon
$\varepsilon_i$	Erreur de l'estimateur
$F(.)$	Probabilité de défaillance
$f(.)$	Fonction de densité de probabilités
$Ga(., .)$	Fonction de répartition de la loi Gamma
$\gamma, \alpha$ et $\beta$	Paramètre de localisation, d'échelle et de forme d'une loi de Weibull
$H(.)$	Taux de défaillance cumulé
$h(X)$	Fonction du modèle de dégradation.
$k$	Seuil de dégradation
$L(.)$	Fonction de vraisemblance
$\ln(L)$	Logarithme de vraisemblance
$\lambda(.)$	Taux de défaillance instantané
$\lambda$	Coefficient de la transformation de Box-Cox.
$\mu$	Moyenne d'un échantillon
$N(., .)$	Loi normale
$P$	Statistique p-value
$P\{.\}$	Probabilité
$R(.)$	Fiabilité
$R^2$	Coefficient de détermination

$r_p$	Nombre d'équipements en fonction juste avant la date $t_p$
$SW-W$	Statistique de Shapiro Wilk
$\tau_k(.)$	Taux de défaillance instantané pour un seuil $k$
$\Lambda_k(.)$	Taux de défaillance cumulé (nombre d'échecs) pour un seuil $k$
$\theta$	Paramètre d'une distribution inconnue
$\sigma$	Écart type d'un échantillon
$X$	Variable aléatoire
$X_t, X(t)$	Variable aléatoire à temps continu
$Y$	Variable à expliquer

## LISTE DES ANNEXES

ANNEXE 1	Tests de normalité sur les données observées.
ANNEXE 2	Transformation des variables à expliquer.
ANNEXE 3	Estimation non-paramétrique de Kaplan-Meier.

## INTRODUCTION

La stratégie de maintenance a des répercussions directes sur l'exploitation d'un équipement. À chaque instant de l'exploitation du système, le gestionnaire de maintenance doit faire un choix quant aux interventions possibles sur le système, afin de déterminer l'action à prévaloir. Ce choix doit permettre une exploitation optimale du système, en fonction des objectifs fixés. Cependant, ces dits objectifs peuvent être multiples, comme maximiser la disponibilité et/ou la sécurité, ou encore améliorer la qualité des produits et des services et minimiser les pertes. De plus, les préoccupations économiques sont certes une des motivations majeures pour entreprendre des études d'optimisation de maintenance.

Les objectifs liés à l'exploitation d'un système sont donc très variés et peuvent amener à des situations contradictoires. C'est pourquoi il est nécessaire de bien définir les critères de choix qui permettront d'identifier les dates et le type d'intervention à mettre en œuvre.

Depuis les années 60, de nombreux travaux ont porté sur la modélisation de la maintenance (Wang, 2002), dans le but de minimiser les coûts de maintenance et de maximiser la durée de fonctionnement. Mais peu d'entre eux se sont intéressés à la maintenance conditionnelle des systèmes qui sont sujets au vieillissement et à l'usure (Valdez-Flores et Feldman, 1989), et dont la dégradation cumulative a un impact certain sur le coût d'exploitation du système ou sur le rendement d'installations, telles les turbines hydroélectriques soumises au phénomène de cavitation.

Le présent mémoire se penche précisément sur les dommages du phénomène de cavitation observés sur les turbines hydroélectriques. De nombreuses études sont menées pour comprendre et modéliser ce phénomène, mais très peu d'entre elles traitent de l'optimisation d'une stratégie de maintenance.

Notre recherche visera à optimiser une stratégie de maintenance basée sur la réparation minimale pour des systèmes se dégradant de façon cumulative, par le biais d'un processus stochastique croissant dans le temps, qui peut être assimilé à l'évolution aléatoire de la dégradation progressive continue et d'un niveau limite. Ce qui est recherché par conséquent est le temps optimal pour procéder au remplacement de l'équipement à la suite d'une série de réparations



minimales dès que le niveau de détérioration dépasse un seuil de défaillance fixé. Ce qui favorisera des dépenses minimales garanties et une utilisation optimale des ressources.

Dans un premier temps, le processus de dégradation causée par l'érosion de cavitation sera représenté par un modèle mathématique. Ce modèle sera utilisé pour modéliser les fonctions de fiabilité du système.

Ensuite, un modèle, composé du coût de remplacement et des coûts de réparation, sera défini pour trouver le temps optimal de remplacement qui minimisera les coûts totaux.

Le premier chapitre permettra, d'une part, de définir le cadre et les hypothèses de notre étude, et d'autre part, de présenter les modèles de défaillance existants ainsi que les politiques de maintenance déjà établies.

Dans le second chapitre, la dégradation sera assimilée à un processus de vieillissement croissant au cours du temps. Un modèle de dégradation continue sera présenté, la dégradation sera formulée par un processus stochastique. Les paramètres du modèle seront estimés avec la technique de régression linéaire. La loi de la fiabilité sera ensuite approximée par la loi de Weibull.

Reposant sur le modèle de défaillance défini, nous chercherons, dans le chapitre 3, à déterminer une politique de maintenance, qui permettra de minimiser le coût moyen de maintenance à long terme. La démarche pour trouver le temps optimal pour procéder au remplacement de l'équipement ainsi que les résultats obtenus seront présentés.

L'application de la modélisation et de la stratégie de maintenance sera démontrée à travers les chapitres de ce mémoire respectivement avec la formulation mathématique de chaque étape.

## **CHAPITRE 1: PROBLÉMATIQUE ET REVUE DE LITTÉRATURE**

### **1.1 Notions préliminaires**

Les dégâts occasionnés par la cavitation ont de tout temps constitué un sérieux problème technique. Ils contribuent en effet à des dommages de surface, à l'instabilité de l'installation par une vibration excessive, et à la dégradation des performances de l'équipement. Les domaines concernés par ce problème couvrent une très large plage d'applications industrielles, notamment les infrastructures hydroélectriques (canaux de déversement des barrages), la construction navale (hélices marines), la production d'énergie (turbines), etc.

À fin de bien se mettre dans le contexte de notre étude et d'en souligner la pertinence, nous verrons dans ce chapitre ce que signifie le phénomène même de cavitation, ainsi que le rappel des notions élémentaires en régression linéaire, modèle stochastique, fiabilité et en maintenance des systèmes industriels. Nous nous appuierons également sur les notions mathématiques fondamentales.

#### **1.1.1 Phénomène de cavitation**

La cavitation est la formation de poches de vapeur dans l'écoulement dans les turbines hydrauliques, quand la pression locale de l'eau baisse en-dessous de la pression de vapeur de l'eau à la température locale.

Une fois les cavités de vapeur créées, elles reviennent à l'état liquide dans un temps très court, lorsqu'elles sont soumises à un champ de pression supérieur à la tension de vapeur. Ces implosions des cavités de vapeur sont d'autant plus violentes que leur volume est considérable, que leur vitesse de convection dans l'eau est élevée et que le gradient du champ de pression auquel elles sont soumises est fort (Mossoba, 2000).

Lorsque les cavités de vapeur voyagent en aval des zones de haute pression, près des surfaces des aubes d'une turbine hydroélectrique, leur effondrement répété provoquera par la suite le développement de zones érodées (ou des érosions de cavitation) (Farhat, Bourdon, Gagné, Remillard, 1999).

La figure 1-1 représente une photographie d'une zone érodée sur une aube appartenant à une turbine de type Francis.



Figure 1-1 : Zone érodée d'une aube de turbine

L'apparition de la phase vapeur dans un système peut engendrer plusieurs effets néfastes :

- La perte de performances qui est considérée comme un aspect critique dans le domaine de la production hydroélectrique ;
- Un bruit hydroacoustique accompagné de vibrations mécaniques au niveau des structures ;
- L'érosion, se manifestant dans un premier temps par une simple déformation de la surface, puis par l'arrachement de matière.

Les performances d'une machine peuvent ainsi être modifiées. Par ailleurs, la réparation de tels dégâts impose l'arrêt des installations, entraînant des coûts d'immobilisation particulièrement élevés dans le domaine de la production hydroélectrique (Pereira, 1997).

### 1.1.2 Variables aléatoires

Une variable aléatoire réelle est une fonction définie à partir de l'ensemble des résultats possibles d'une expérience aléatoire, dont on doit pouvoir déterminer la probabilité, qu'elle prenne une valeur possible ou un ensemble de valeurs possibles.

Dans le cas où les valeurs possibles sont indénombrables, une variable  $X$  est dite « continue » quand il existe une fonction  $f(x)$  non négative, définie pour tout réel  $x$ , définissant la probabilité que la variable  $x \in [x_1, x_2]$  par :

$$P\{X \in [x_1, x_2]\} = \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx \quad (1.1)$$

La fonction  $f(x)$  est appelée : la fonction de densité de probabilité de la variable aléatoire  $X$ .

### 1.1.3 La loi de Laplace-Gauss

Une variable aléatoire réelle  $X$  suit une loi normale (loi de Laplace-Gauss) d'espérance  $\mu$  et d'écart type  $\sigma$  strictement positif (de variance  $\sigma^2$ ), si elle admet pour densité de probabilité la fonction  $f(x)$  définie, pour tout nombre réel  $x$ , par :

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-1/2\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad (1.2)$$

La fonction de répartition d'une variable aléatoire normale est définie pour tout réel  $\alpha$  par :

$$P[X \leq \alpha] = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\alpha} e^{-1/2\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} dx \quad (1.3)$$

On appelle loi normale (ou gaussienne) centrée réduite : la loi définie par la densité de probabilité :

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} ; \text{ de } \mathbb{R} \text{ vers } \mathbb{R}^+ \quad (1.4)$$

La loi définie par cette densité admet une espérance nulle ( $\mu=0$ ) et une variance égale à 1 ( $\sigma^2=1$ ).

### 1.1.4 Les processus stochastiques

Un processus stochastique (ou processus aléatoire ou fonction aléatoire) représente une famille  $\{X_t, t \in T\}$  de variables aléatoires définies sur un même espace de probabilité. L'indice  $t$  est souvent interprété comme le temps.

Le processus est en temps continu, si  $T$  est continu ( $T = [0, \infty[$ ), et en temps discret si  $T$  est discret ( $T = \{0, 1, 2, \dots\}$ ).

Lorsque  $t$  est continu, on note souvent  $X_t$  par  $X(t)$ . On supposera ici que  $X_t$  prend ses valeurs dans  $\mathbb{R}$ .

Un processus aléatoire généralise la notion de variable aléatoire utilisée en statistiques élémentaires. On le définit comme une famille de variables aléatoires  $X(t)$ , qui associe une telle

variable à chaque valeur  $t \in T$ . L'ensemble des observations disponibles  $X(t)$  constitue une réalisation du processus.

### 1.1.5 La régression linéaire simple

#### La droite de régression

La régression linéaire fournit une approximation, qui s'ajuste le mieux, de la variable à expliquer  $Y$  en fonction de la variable explicative  $X$ .

Un modèle de régression linéaire simple est défini par une équation de la forme :

$$\forall i \in \{1, \dots, n\}, y_i = \beta_1 + \beta_2 x_i + \varepsilon_i \quad (1.5)$$

Les quantités  $\varepsilon_i$  viennent du fait que les points ne sont jamais parfaitement alignés sur une droite. On les appelle les « erreurs » (ou « bruits ») et elles sont supposées aléatoires.

On appelle estimateurs des moindres carrés  $\beta_1$  et  $\beta_2$  : les valeurs minimisant la somme des carrés des erreurs :

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \beta_1 - \beta_2 x_i)^2 \quad (1.6)$$

#### Validation des modèles de régression linéaire

La validation des modèles de régression s'appuie sur l'analyse des résidus. Il faut vérifier que les erreurs sont centrées ( $E[\varepsilon_i] = 0$  pour tout indice  $i$ ), de même variance et non corrélées entre elles. Si l'analyse des résidus démontre que le modèle employé n'est pas approprié, deux choix s'imposent :

- Abandonner le modèle de régression linéaire, développer et utiliser d'autres modèles appropriés;
- Utiliser quelques transformations sur les données de façon que le modèle de régression soit ajusté.

Pour la seconde option, les transformations des données peuvent se porter sur la variable à expliquer et/ou sur la variable explicative.

La procédure de transformation de Box-Cox identifie une transformation à partir d'une famille de transformations possibles sur la variable à expliquer. Cette procédure reste toutefois un guide de

choix d'une transformation. La validation du modèle ajusté par l'analyse des résidus reste toujours requise pour confirmer le modèle choisi.

### 1.1.6 La méthode du maximum de vraisemblance

L'estimation du maximum de vraisemblance permet d'estimer les paramètres d'une fonction ou d'une distribution de probabilités d'un échantillon donné.

Le principe de la méthode est d'obtenir les paramètres d'une distribution donnée qui représentent le mieux les données disponibles.

Si  $X$  est une variable aléatoire continue de densité  $f(x, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_j)$ , avec  $j$  paramètres inconnus ( $\theta_j$ ) et  $i$  observations  $(x_1, x_2, \dots, x_i)$ , la fonction de vraisemblance est donnée par :

$$L = L(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_j | x_1, x_2, \dots, x_i) = \prod_{n=1}^i f(x_i; \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_j) \quad (1.7)$$

Pour obtenir le maximum de vraisemblance entre l'échantillon des données et la distribution considérée, il suffit de maximiser la fonction de vraisemblance.

La fonction de vraisemblance est définie comme un produit et la maximisation d'un produit est généralement plus difficile que la maximisation d'une somme.

Le log-vraisemblance est définie par :

$$\ln(L) = \sum_{n=1}^i \ln \left( f(x_i; \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_j) \right) \quad (1.8)$$

Puisque la fonction logarithmique est monotone croissante, la fonction de vraisemblance et le Log-vraisemblance atteindront donc leurs valeurs maximales pour les mêmes valeurs de paramètres  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_j$ .

L'identification des extrema est obtenue en résolvant l'équation :

$$\frac{\partial}{\partial \theta_p} \ln(L) = 0, \quad p = 1, 2, \dots, j \quad (1.9)$$

Après que les solutions de l'équation auront été trouvées, l'identification des maxima sera obtenue en choisissant les solutions qui vérifient :

$$\frac{\partial^2}{\partial \theta_p^2} \ln(L) < 0, \quad p = 1, 2, \dots, j \quad (1.10)$$

### 1.1.7 Modélisation de la défaillance

L'évaluation d'un critère de performance d'une politique de maintenance requiert la connaissance du processus de défaillance du système, soumis à la maintenance considérée. Les phénomènes de défaillance d'un système donné sont classés comme suit :

- Le système est soit considéré en fonctionnement, soit en panne. Il est nécessaire de déterminer une loi de comportement de l'instant de panne qui peut être directement fonction de la durée de fonctionnement du système;
- Le système se dégrade progressivement au cours de son fonctionnement. Cette dégradation peut s'effectuer de manière discrète, et le processus peut être assimilé à un modèle de type sauts, ou bien de manière continue.

#### Défaillance soudaine

On appelle modèle de durée de vie, le cas où l'ensemble des états que peut parcourir le système se réduit à l'état de panne et à l'état de marche.

Un système est fiable, lorsque la probabilité de remplir sa mission sur une durée donnée, dans des conditions données, correspond à celle pour laquelle il a été conçu.

La théorie mathématique de la fiabilité consistera donc en une application particulière de la théorie des probabilités aux problèmes de durée de fonctionnement sans incidents.

La fonction de fiabilité  $R(t)$  s'écrit :

$$R(t) = P(T > t), \quad t \in \mathbb{R}^+ \quad (1.11)$$

La probabilité de défaillance avant la période de mission est exprimée par sa fonction de répartition  $F(t)$  :

$$F(t) = 1 - R(t) = P(T \leq t), \quad t \in \mathbb{R}^+ \quad (1.12)$$

La fonction de la densité de probabilité est définie comme suit :

$$f(t) = \frac{d}{dt} F(t) \quad (1.13)$$

On appelle taux de défaillance moyen entre les instants  $t$  et  $t + \Delta t$ , le rapport de la probabilité qu'un composant ait une défaillance entre les instants  $t$  et  $t + \Delta t$ , sachant qu'il a fonctionné avant l'instant  $t$  :

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} P(T \leq t + \Delta t | T > t) \quad (1.14)$$

La formulation de la probabilité conditionnelle est donnée par :

$$P(T \leq t + \Delta t | T > t) = \frac{P\{(T \leq t + \Delta t) \cap (T > t)\}}{P(T > t)} \quad (1.15)$$

Donc,

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} \frac{P\{(T \leq t + \Delta t) \cap (T > t)\}}{P(T > t)} \quad (1.16)$$

Ou alors,

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} \frac{P(t < T \leq t + \Delta t)}{P(T > t)} \quad (1.17)$$

L'équation 1.17 peut s'écrire comme :

$$\lambda(t) = \frac{1}{R(t)} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} [F(t + \Delta t) - F(t)] \quad (1.18)$$

Donc,

L'équation 1.14 peut s'écrire comme :

$$\lambda(t) = \frac{1}{R(t)} \frac{dF(t)}{dt} = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{F'(t)}{R(t)} = \frac{d(1-R(t))/dt}{R(t)} = \frac{-dR(t)/dt}{R(t)} \quad (1.19)$$

Le nombre prévu de pannes dans un intervalle de temps  $(0, t)$  est exprimé par  $H(t)$  :

$$H(t) = \int_0^t \lambda(t) dt = -\ln(R(t)) \quad (1.20)$$

## Défaillance graduelle

Lorsque l'ensemble des états dans lesquels peut se retrouver un composant n'est pas réduit aux états de marche et de panne, les modèles de défaillance sont appelés : modèles de dégradation.

La cause de la défaillance dans ce cas est un mécanisme de dégradation tel que la progression d'une réaction chimique. On considèrera que la défaillance se produit lorsque le niveau de dégradation atteint un certain seuil (Deloux, 2008).

On distingue, en général, des états de dégradation intermédiaires, qui permettent de transiter successivement entre l'état neuf, ou le moins dégradé, et l'état de panne. Il faut alors trouver les lois de dégradation qui vont donner les dates de réalisation de ces différents états intermédiaires



et le temps passé dans chaque état. On distingue ainsi deux grandes classes de dégradation : les modèles à dégradation discrète et les modèles à dégradation continue (Castanier, 2002).

- Les modèles à dégradation discrète :

Les modèles à dégradation discrète permettent de modéliser des dégradations de type chocs. On peut alors considérer que le système passe d'un état de dégradation à un autre par un incrément de type sauts. Les processus markoviens ou semi-markoviens peuvent être utilisés pour modéliser à la fois l'instant du choc et l'état dans lequel se retrouve le composant (Castanier, 2002 et Feldman, 1976).

- Les modèles à dégradation continue

En ce qui concerne la dégradation continue (figure 1-2), la connaissance de la loi des incréments de dégradation entre deux instants consécutifs permet de prédire le niveau de dégradation en fonction du temps (Park, 1988).

Pour élaborer le cadre général, les dommages cumulatifs  $X_{n+1}$  après  $n + 1$  incréments de temps sont donnés par (Durham et Padgett, 1997) :

$$X_{n+1} = X_n + D_n h(X_n) \quad (1.21)$$

Où :

$X_n$  : les dommages cumulatifs après  $n$  incréments de temps;

$D_n$  : les dommages cumulés à  $n + 1$  incrément de temps ;

$h(X_n)$  : la fonction du modèle de dégradation.

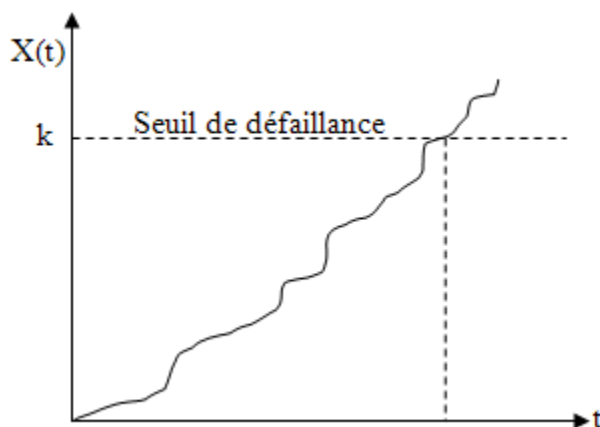


Figure 1-2 : Schématisation d'un modèle à dégradation continue

### 1.1.8 Les objectifs de la maintenance et ses types

D'après la norme française NF EN 13306 X 60-319, la définition de la maintenance est « l'ensemble de toutes les actions techniques, administratives et de management durant le cycle de vie d'un bien, destinées à le maintenir ou à le rétablir dans un état dans lequel il peut accomplir la fonction requise ».

Toutes les activités d'un cycle d'exploitation d'un bien doivent être réalisées de façon à maximiser les effets positifs tout en minimisant les coûts. Il est donc important de s'assurer du bon déroulement de la fonction maintenance.

L'activité actuelle de la maintenance s'inscrit dans un cadre de participation à la réalisation des objectifs de productivité, de rentabilité et de croissance de l'entreprise.

Le choix et la mise en œuvre d'une stratégie de maintenance dépendent ainsi de nombreux paramètres. Il est nécessaire de pouvoir mesurer a priori les conséquences d'une telle stratégie sur les performances globales du système qui peuvent n'apparaître qu'à long terme.

Les types de maintenance peuvent être répertoriés selon trois grandes catégories : la maintenance corrective, la maintenance préventive et la maintenance améliorative (figure 1-3).

La maintenance corrective est la maintenance qui intervient suite à la défaillance du système. La mise en place d'opérations correctives ne dépend que de l'occurrence d'une panne, alors que la maintenance préventive est réalisée lorsque le système est encore en fonctionnement.

Quand à la maintenance améliorative, elle intervient dans le but d'envisager les remèdes adaptés à la suppression des causes de défaillance, donc, d'améliorer la fiabilité ou encore améliorer la sécurité ou la maintenabilité.

Le recours à l'une ou à l'autre de ces stratégies diffère selon le système considéré, mais aussi, selon le type de structure d'organisation, la politique d'exploitation et de suivi, les coûts, la disponibilité de l'information, etc.

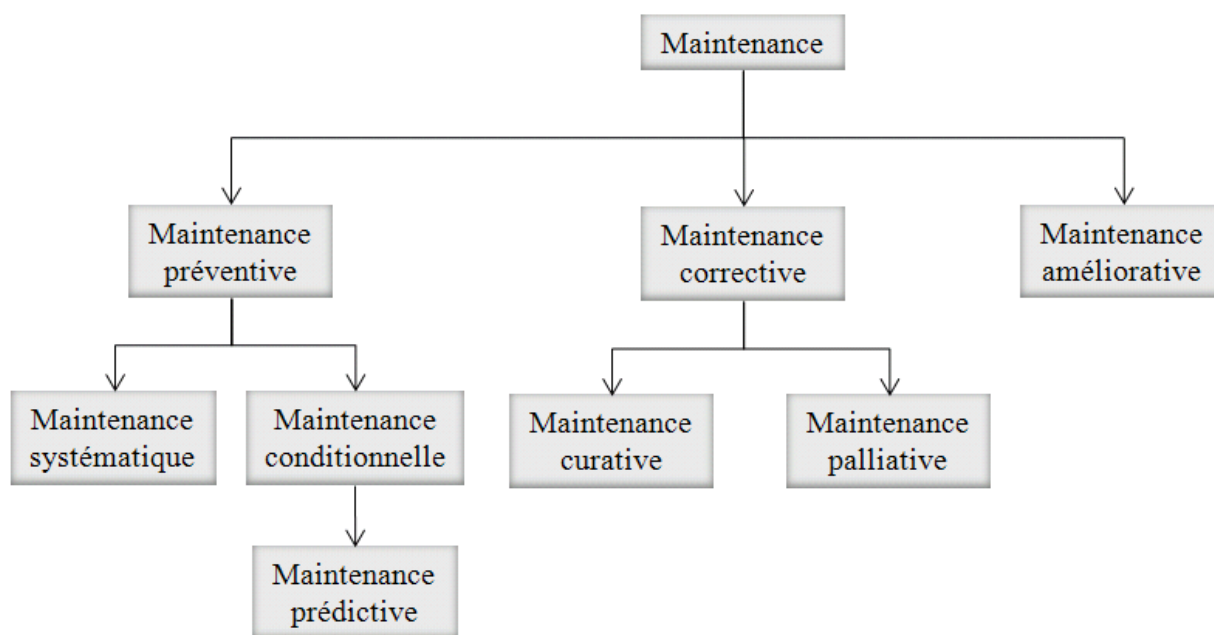


Figure 1-3 : Les différents types de maintenance

### La maintenance corrective

La maintenance corrective est l'ensemble des activités réalisées après la panne du système pouvant être liée à sa défaillance ou à la dégradation de sa fonction, elle a pour but de le remettre en état de marche. La maintenance corrective peut être :

- palliative : des réparations ou des remises en état à caractère provisoire.
- curative : des réparations, des modifications ou des remises en état à caractère permanent.

Cette maintenance est utilisée lorsque l'indisponibilité du système n'a pas de conséquences majeures ou quand les contraintes de sécurité sont faibles.

## La maintenance préventive

La maintenance préventive a pour objet de réduire la probabilité de défaillance. Elle peut être systématique, conditionnelle ou prévisionnelle (Rausand et Hoyland, 2004).

- Maintenance systématique : lorsque la maintenance préventive est réalisée à des intervalles prédéterminés, on parle de maintenance systématique. L'opération de maintenance est effectuée conformément à un échéancier. Aucune intervention n'a lieu avant la date prédéterminée.

L'optimisation d'une maintenance préventive systématique consiste à déterminer au mieux la périodicité des opérations de maintenance sur la base du temps, du nombre de cycles de fonctionnement, du nombre de pièces produites, etc.

- Maintenance conditionnelle : lorsque l'opération de maintenance préventive est subordonnée à l'analyse de l'évolution surveillée de paramètres significatifs de la dégradation ou de la baisse de performance d'une entité, on parle de maintenance conditionnelle. Les paramètres significatifs de la dégradation peuvent être soit des mesures de caractéristiques physiques du système (épaisseur d'un matériau, degré d'érosion, température, pression, etc.), soit des données sur la durée de vie résiduelle (on parle alors de maintenance prédictive).

La planification des interventions repose sur l'existence et la détermination de seuils critiques pour ces paramètres de dégradation. On parle alors de seuils de décision.

- Maintenance prévisionnelle : lorsque la maintenance préventive est effectuée sur la base de l'estimation du temps de fonctionnement correct qui subsiste avant l'observation de l'événement redouté, on parle de maintenance prévisionnelle.

Dans le milieu industriel, en général, une maintenance mixte est appliquée aux systèmes. En effet, la maintenance préventive est destinée à réduire la probabilité de défaillance mais il subsiste une part de maintenance corrective incompressible. Il est donc nécessaire de considérer des stratégies qui combinent la maintenance corrective et la maintenance préventive.

## 1.2 Problématique

Le présent mémoire s'intéresse précisément au phénomène de cavitation observé sur les turbines hydroélectriques. Ses dégâts influencent l'instabilité de l'installation par une vibration excessive,

des dommages de surface par une perte de matière et la dégradation des performances de l'équipement.

La perte de matière sur les aubes de la turbine est associée à une dégradation continue cumulative, puisqu'elle se traduit par une succession de pertes de matière infinitésimales. Le système est considéré défaillant si son niveau de détérioration dépasse un seuil fixé.

L'opération de maintenance, qui correspond au remplissage des cavités formées par de la matière par procédé de soudage, est conditionnelle à l'atteinte du seuil de défaillance.

Le problème traité dans ce mémoire consiste, en considérant les situations décrites ci-dessus, à optimiser une stratégie de maintenance basée sur la réparation minimale pour un système se dégradant de façon cumulative stochastique croissant dans le temps qui peut être assimilé à l'évolution aléatoire de la dégradation progressive continue et d'un niveau limite de défaillance.

Ce qui est recherché est le temps optimal pour procéder au remplacement de l'équipement à la suite d'une série de réparations minimales, chaque fois que le niveau de détérioration dépasse un seuil fixé. Ce qui permettra de garantir des dépenses minimales et une utilisation optimale des ressources.

Pour ce faire, c'est le processus de dégradation causée par l'érosion de cavitation qui sera représenté par un modèle mathématique. Une approximation du modèle par une loi de fiabilité est utilisée pour modéliser une stratégie de remplacement basée sur les réparations minimales, afin de trouver le temps optimal de remplacement qui minimise les coûts totaux.

### **1.3 Revue de littérature**

Plusieurs études ont démontré le phénomène de la cavitation, les travaux antérieurs les plus significatifs seront passés en revue.

La maintenance des systèmes soumis à une dégradation continue a fait l'objet de plusieurs recherches et de diverses publications liées au contexte étudié.

### 1.3.1 Détection et prédiction des érosions de cavitation

La prédiction de l'érosion de cavitation, en termes de taux et de localisation, est un problème complexe qui a intéressé plusieurs chercheurs dans les domaines de la métallurgie, l'hydrodynamique et de la mécanique du solide.

Dans (Pereira, 1997), l'auteur propose une approche énergétique pour développer un modèle de prédiction des érosions de cavitation. Son approche est basée sur la connaissance du spectre d'énergie associé au développement d'une poche de cavitation de bord d'attaque.

Le spectre d'énergie est établi sur la base de la mesure et de l'analyse de trois grandeurs principales : le volume des cavités transitoires, la pression motrice de l'implosion et le taux de production des cavités.

Farhat et al, (1999) et Bourdon (2000) proposent l'utilisation des méthodes de détection vibratoire ou acoustique de la cavitation pour prévaloir d'une information absolue sur le taux d'érosion et la perte cumulative de métal.

La technique proposée consiste à mesurer les vibrations induites sur les parties fixes de la turbine et d'en extraire la contribution de l'impact de la cavitation sur l'aubage.

Maged (2003) suppose que le taux de perte de matière varie en fonction du temps. Il suggère que la perte cumulative en poids de la matière peut être représentée par une distribution de Weibull à deux paramètres. L'auteur conclut que, d'après l'ensemble des résultats obtenus en laboratoire, le modèle de Weibull reste plausible, mais dépendamment des différents paramètres, du matériau utilisé, du temps d'incubation et de la durée des tests.

Simoneau, Petrin et Mossoba (1995) utilisent les données historiques recueillies durant les inspections des turbines hydroélectriques. L'analyse de ces données, par des techniques de régression polynomiale, est utilisée par les auteurs pour extrapoler le modèle de deux façons : prédire l'érosion de cavitation moyenne pour une date prédéterminée ou pour estimer le temps avant d'atteindre un niveau de détérioration limite.

Les auteurs proposent des modèles de régression en fonction du modèle de la turbine et du matériau de cette dernière.

Les auteurs (Bourdon, Farhat, Mossoba et Lavigne, 1999) révèlent que l'inspection annuelle de l'érosion de cavitation sur une turbine peut facilement coûter 5 K\$ en main-d'œuvre et jusqu'à

50\$ par MWh de revenus perdus pendant les temps d'arrêt machine. Les réparations des cavités peuvent durer de 2 à 4 semaines, engendrant ainsi des coûts de main-d'œuvre, d'équipement et des coûts de réparation matériel qui peuvent atteindre de 15 K\$ à 100 K\$, selon la taille de la machine et l'érosion accumulée. Les pertes de production sont beaucoup plus importantes pour de longues interruptions.

### 1.3.2 Les modèles à dégradation continue

Un modèle de dégradation continue est présenté dans (Xue et Yang, 1997). La dégradation est formulée par un processus stochastique en fonction de deux coefficients aléatoires  $A$  et  $B$ . La dégradation à un instant  $t$  est :

$$X(t) = A - Bt \quad (1.22)$$

La moyenne et la variance associées au modèle sont :

$$\mu(t) = \mu_0 - \beta t \quad (1.23)$$

et

$$\sigma^2(t) = \sigma_A^2 + \sigma_B^2 t^2 \quad (1.24)$$

Dans le cas où  $A$  et  $B$  suivent une distribution gaussienne alors,  $X(t)$  sera distribuée selon une loi normale :

$$N(\mu_0 - \beta t, \sigma_A^2 + \sigma_B^2 t^2) \quad (1.25)$$

La distribution de  $A$  et  $B$  peut être estimée avec des données observationnelles de la dégradation.

La variable aléatoire  $X(t)$  s'écrit :

$$X(t) \sim N(\mu_X(t), \sigma_X^2(t)), \text{ pour } t \in \mathbb{R}^+ \quad (1.26)$$

Les auteurs utilisent  $\mu_X(t)$  et  $\sigma_X(t)$  pour décrire le processus de dégradation.

Le modèle linéaire de dégradation s'écrit donc :

$$\mu_X(t) = \mu_0 + \alpha t \quad (1.27)$$

$$\sigma_X^2(t) = \sigma_0^2 + \beta t \quad \text{ou} \quad \sigma_X(t) = \sigma_0 + \beta' t \quad (1.28)$$

À  $t_1, t_2, \dots, t_N$  les paramètres  $\{\mu_X(t_i) \text{ et } \sigma_X^2(t_i)\}$  sont observés (avec  $i=1,2,\dots,N$ ). À partir de ces observations, les paramètres du modèle de dégradation sont estimés.

Les dommages cumulatifs  $X_{n+1}$  après  $n + 1$  incréments de temps sont donnés par (Durham et Padgett, 1997) :

$$X_{n+1} = X_n + D_n h(X_n) \quad (1.29)$$

Où  $D_n$  désigne les dommages cumulés à  $(n + 1)$  incrément de temps et  $h(X_n)$  est la fonction du modèle de dégradation.

$D_n$  peut être modélisé par un mouvement Brownien ou un processus Gamma.

Dans (Meier-Hirmer, Riboulet, Sourget et Roussignol, 2009), la dégradation est modélisée avec un processus Gamma homogène  $(G_t, t \in \mathbb{R}^+)$ ; pour  $s > 0$  et  $t \geq 0$ ,  $G_{t+s} - G_t$  a une distribution gamma avec paramètres  $\alpha s$  et  $\beta$  ( $s$  est un incrément indépendant) dont la densité de probabilité est donnée par :

$$f_{\alpha s, \beta}(x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha s)} \beta^{\alpha s} x^{\alpha s - 1} e^{-\beta x} \text{ avec } \alpha > 0, \beta > 0 \text{ et } x > 0 \quad (1.30)$$

Les auteurs stipulent que le processus de dégradation  $(X_t)_{t \geq 0}$  n'est pas un processus de Markov, puisque le processus après l'instant  $t$  ne dépend pas seulement de la valeur du système à l'instant  $t$ , mais aussi de l'inspection et du statut du système en ce moment.

Noortwijk (2009) modélise le processus stochastique à temps continu  $\{X(t), t \geq 0\}$  sous forme d'un processus Gamma ( $Ga$ ) avec la fonction  $v(t) > 0$  comme paramètre de forme et  $u > 0$  un paramètre d'échelle.

- à  $t=0$ ,  $X(t)=0$  (1.31)

- $X(\tau) - X(t) \sim Ga(v(\tau) - v(t), u)$  pour  $\tau > t \geq 0$  (1.32)

- $X(t)$  a un incrément indépendant (1.33)

### 1.3.3 La stratégie de remplacement périodique et perte de performance

Kececioglu, (1995) et Muth, (1977) proposent un modèle ordinaire de remplacement. Le composant est remplacé par un nouveau après chaque période  $nT_p$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ). Si le composant tombe de panne avant  $T_p$ , il subira une réparation minimale.

La fonction des coûts est :

$$C_T = \frac{c_p + c_{mr} \int_0^{T_p} \lambda(t) dt}{T_p} \quad (1.34)$$



$C_p$  est le coût de remplacement planifié,  $C_{mr}$  est le coût de réparation minimale et  $\lambda(t)$  est le taux de défaillance instantané.

Un modèle de remplacement minimal sans garantie est proposé dans (Yeh, Chen et Lin, 2007).

Les auteurs introduisent le coût d'arrêt de l'équipement dans le modèle de Kececioglu (1995) :

$$C_T = \frac{C_p + (C_{mr} + C_d) \int_0^{T_p} \lambda(t) dt}{T_p} \quad (1.35)$$

$C_d$  est le coût associé au temps d'arrêt « *downtime cost* ».

Satow, Teramoto et Nakagawa (2000) modélisent le remplacement minimal pour un système sujet à deux types de dommages combinés, les dommages accumulés avec le temps et les dommages subis par choc. Le système est déclaré défaillant, si le cumulatif des dommages dépasse un niveau d'échec  $K$ .

Le coût prévu par unité de temps est obtenu en utilisant la théorie du processus cumulatifs. Les auteurs proposent la valeur de  $K^*$  qui minimise le coût total prévu par unité de temps, lorsque les chocs se produisent dans un processus de Poisson.

Soro, Nourelfath et Ait-Kadi (2010) introduisent la notion de perte d'efficacité : ils supposent que le système peut se dégrader en plusieurs états discrets consécutifs, qui sont caractérisés par des taux de rendement différents, allant du parfait fonctionnement à un échec complet.

Le modèle proposé est formulé avec un processus de Markov à temps continu pour évaluer la mesure de performance instantanée et stationnaire du processus.

## CHAPITRE 2: MODÉLISATION DE LA DÉGRADATION

Nous présentons, dans ce chapitre, un modèle de dégradation stochastique pour le phénomène de cavitation dans les aubes de roues de turbines hydroélectriques. Nous cherchons à prédire, avec une approche probabiliste, la quantité des dommages que l'équipement aura accumulés après un certain temps d'opération.

### 2.1 Les données de dégradation

Les données de dégradation, sur des turbines identiques, ont été collectées durant l'exploitation des turbines hydroélectriques de type Francis. Les conditions d'exploitation sont considérées identiques.

Durant les inspections périodiques de l'état des roues, on mesure la dégradation physique causée par le phénomène de cavitation sur chacune des aubes de la turbine. Les données concernant la surface érodée, la profondeur et la localisation sont recueillies durant chaque inspection. Le volume de matière perdue est ensuite estimé et le poids est calculé.

Nous nous consacrons, dans ce mémoire, à la modélisation de la perte cumulative en kilogramme de matière sur les roues.

La figure 2-1 illustre la perte cumulative, en kilogrammes de matière, sur chacune des turbines surveillées, en fonction du temps d'exploitation cumulatif. Chaque courbe représente la dégradation d'une turbine parmi 13 échantillons observés (A-1,..., A-13). Les turbines ne sont ni réparées ni remplacées après les inspections.

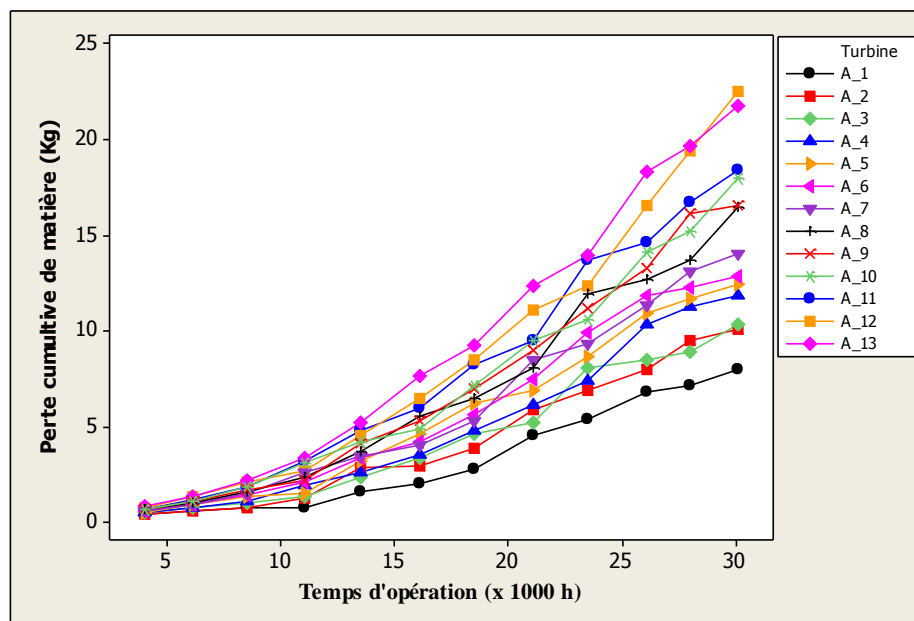


Figure 2-1 : Perte cumulative de matière (kg) en fonction du temps d'opération

## 2.2 La modélisation de perte de matière

Les données observées sur les turbines durant une inspection, après la même période d'exploitation, peuvent être estimées par une distribution normale de moyenne ( $\mu_X$ ) et d'écart type ( $\sigma_X$ ). La figure 2-2 présente un test de normalité sur les données observées après 4000 heures d'exploitation.

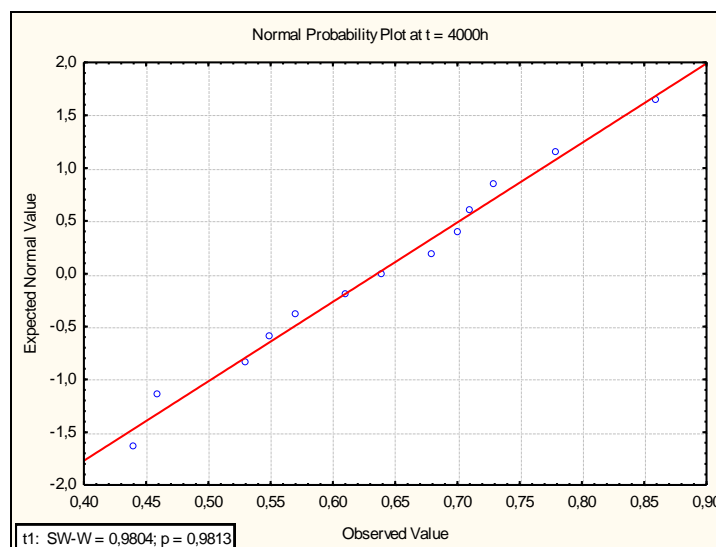


Figure 2-2 : Test de normalité sur les données observées sur 13 turbines à  $t = 4000h$

Le test de normalité démontre que les données prises durant cette période suivent une distribution normale. La statistique de Shapiro Wilk mentionnée sur la même figure permet de ne pas rejeter l'hypothèse que les données suivent une loi normale.

Les tests de normalité sur les autres données collectées sont présentés à l'annexe 1. Tous les résultats de la statistique de Shapiro Wilk prouvent que chaque échantillon de 13 turbines, recueilli après la même période d'exploitation, provient d'une distribution normale.

Le tableau 2-1 récapitule l'ensemble des statistiques observées après chaque période d'opération.

Tableau 2-1 : Test de normalité et statistiques des observations

Temps d'opération (x 1000 h)	$\mu_X(t)$ (kg)	$\sigma_X(t)$ (kg)	$\sigma_X^2(t)$	Minimum	Maximum	SW-W	P
4	0,64	0,1261	0,0159	0,44	0,87	0,9804	0,9813
6,1	1,0054	0,254	0,0645	0,6	1,4	0,9598	0,7506
8,5	1,497	0,478	0,228	0,77	2,26	0,9591	0,7397
11	2,218	0,81	0,656	0,79	3,39	0,9618	0,7813
13,5	3,566	1,034	1,068	1,66	5,24	0,9896	0,9996
16,1	4,678	1,539	2,368	2,06	7,66	0,9946	0,9999
18,5	6,151	1,891	3,576	2,8	9,28	0,9871	0,9982
21,1	8,033	2,284	5,215	4,58	12,36	0,9776	0,9660
23,5	9,968	2,657	7,06	5,4	13,98	0,9755	0,9499
26,1	12,105	3,33	11,088	6,85	18,35	0,9839	0,9931
28	13,43	3,87	14,95	7,15	19,62	0,9704	0,8981
30,1	14,87	4,51	20,31	8,01	22,52	0,9596	0,7477

Il est possible d'utiliser  $\hat{\mu}_X(t)$  et  $\hat{\sigma}_X(t)$  pour décrire le processus de dégradation (Xue et Yang, 1997). Le modèle linéaire de dégradation s'écrit donc :

$$\hat{\mu}_X(t) = \hat{\mu}_0 + \hat{\alpha}t \quad (2.1)$$

et

$$\hat{\sigma}_X^2(t) = \hat{\sigma}_0^2 + \hat{\beta}t \quad \text{ou} \quad \hat{\sigma}_X(t) = \hat{\sigma}_0 + \hat{\beta}'t \quad (2.2)$$

À  $t_1, t_2, \dots, t_{12}$ , les paramètres  $\{\hat{\mu}_X(t_i) \text{ et } \hat{\sigma}_X^2(t_i)\}$  sont observés (avec  $i=1,2,\dots,12$ ), à partir de ces observations, les paramètres du modèle de dégradation peuvent être estimés.

## 2.3 Ajustement du modèle de dégradation

La technique de régression linéaire simple est mise en application, et le logiciel Statistica est utilisé pour effectuer les calculs. La validation du modèle de régression est présentée pour la vérification des hypothèses d'analyse des résidus, sur lesquelles repose la technique. Si l'analyse des résidus révèle que le modèle employé n'est pas approprié, le modèle sera alors réajusté et validé.

### 2.3.1 Modélisation de la moyenne

Une régression simple est considérée pour l'estimation de l'équation linéaire. Le tableau 2-2 présente une estimation des paramètres de la régression de la moyenne des observations en fonction du temps.

$$\hat{\mu}_X(t) = \hat{\mu}_0 + \hat{\alpha}t = -3,285 + 0,569t \quad (2.3)$$

Le tableau d'analyse de la variance (2-3) présenté au tableau 2.3, démontre que la régression est significative. La valeur de « p » permet de rejeter l'hypothèse que les paramètres de la régression sont nuls.

Le coefficient de détermination  $R^2$ , qui est le rapport de la variation expliquée à la variation totale montre que 96,6 % de la variabilité des données est exprimée par le modèle proposé.

Tableau 2-2 : Estimation des paramètres du modèle de la moyenne

Effect	Parameter Estimates Sigma-restricted parameterization					
	Mean Param.	Mean Std.Err	Mean t	Mean p	-95,00% Cnf.Lmt	+95,00% Cnf.Lmt
Intercept	-3,28538	0,649445	-5,05875	0,000493	-4,73243	-1,83832
Temps operation x 1000 h	0,56942	0,033921	16,78696	0,000000	0,49384	0,64500

Tableau 2-3 : Analyse de la variance du modèle de la moyenne

Effect	Univariate Tests of Significance for Mean Sigma-restricted parameterization Effective hypothesis decomposition				
	SS	Degr. of Freedom	MS	F	p
Intercept	24,8908	1	24,8908	25,5909	0,000493
Temps operation x 1000 h	274,0920	1	274,0920	281,8019	0,000000
Error	9,7264	10	0,9726		

La validation du modèle est requise pour vérifier les hypothèses initiales sur les résidus de la régression. La droite de normalité des résidus (figure 2-3) indique que les résidus sont relativement alignés avec la droite de normalité. Cependant une tendance particulière entre les résidus et les valeurs prédites est constatée.

Aussi, un réajustement du modèle s'impose pour corriger cette anomalie.

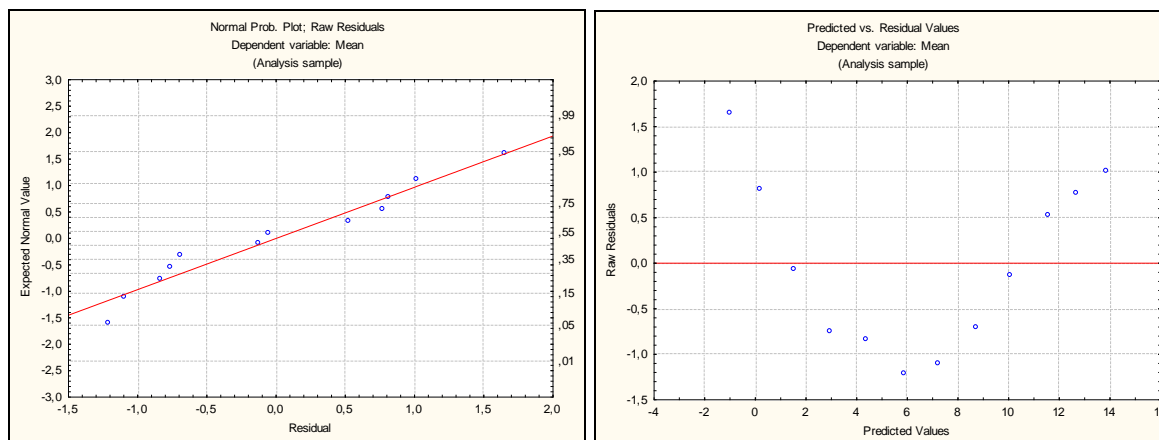


Figure 2-3 : Diagnostic des résidus du modèle de la moyenne

### 2.3.2 Réajustement de la modélisation de la moyenne

La transformation de la variable de réponse, selon la procédure de Box-Cox, est utilisée pour identifier une transformation possible sur la variable à expliquer parmi une famille de transformations possibles. La validation du modèle transformé par un diagnostic des résidus reste toujours requise pour confirmer le modèle choisi.

Dans la transformation de Box-Cox on recherche un exposant ( $\lambda$ ), de la variable à expliquer, qui permet de corriger l'anomalie des résidus.

La figure 2-4 présente une estimation de ( $\lambda$ ), le modèle propose une transformation, de type « Racine carrée », sur la variable à expliquer.

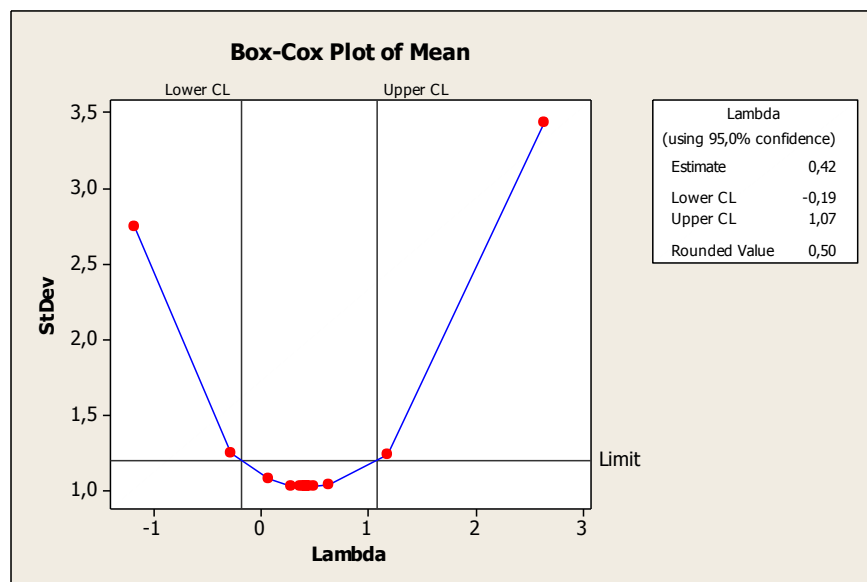


Figure 2-4 : Transformation de Box-Cox du modèle de la moyenne

Le tableau de la transformation effectuée sur la variable à expliquer figure à l'annexe 2.

Le tableau 2-4, donne une estimation des paramètres de la régression de la racine carrée de la moyenne en fonction du temps.

$$\sqrt{\hat{\mu}_X(t)} = 0,234 + 0,122t \quad (2.4)$$

Le tableau d'analyse de la variance (tableau 2-5) démontre que la régression est significative. La valeur de « p » permet de rejeter l'hypothèse que les paramètres de la régression sont nuls.

Le coefficient de détermination  $R^2$  montre que 99,8 % de la variabilité des données est exprimée par le modèle proposé.

Tableau 2-4 : Estimation des paramètres du modèle réajusté de la moyenne

Effect	Parameter Estimates					
	Sigma-restricted parameterization					
	SQRT(mean) Param.	SQRT(mean) Std.Err	SQRT(mean) t	SQRT(mean) p	-95,00% Cnf.Lmt	+95,00% Cnf.Lmt
Intercept	0,233896	0,034854	6,71081	0,000053	0,156237	0,311555
Temps operation x 1000 h	0,122187	0,001820	67,12073	0,000000	0,118131	0,126243

Tableau 2-5 : Analyse de la variance du modèle réajusté de la moyenne

Effect	Univariate Tests of Significance for SQRT(mean) Sigma-restricted parameterization Effective hypothesis decomposition				
	SS	Degr. of Freedom	MS	F	p
Intercept	0,12616	1	0,12616	45,035	0,000053
Temps operation x 1000 h	12,62055	1	12,62055	4505,192	0,000000
Error	0,02801	10	0,00280		

La transformation de la variable de réponse selon la procédure de Box-Cox a permis de réajuster les résidus. Le diagnostic graphique des résidus à la figure 2-5 montre que les résidus sont distribués selon une loi normale et que la présence d'une tendance particulière est relativement faible. Le modèle réajusté sera donc retenu pour la suite de la modélisation.

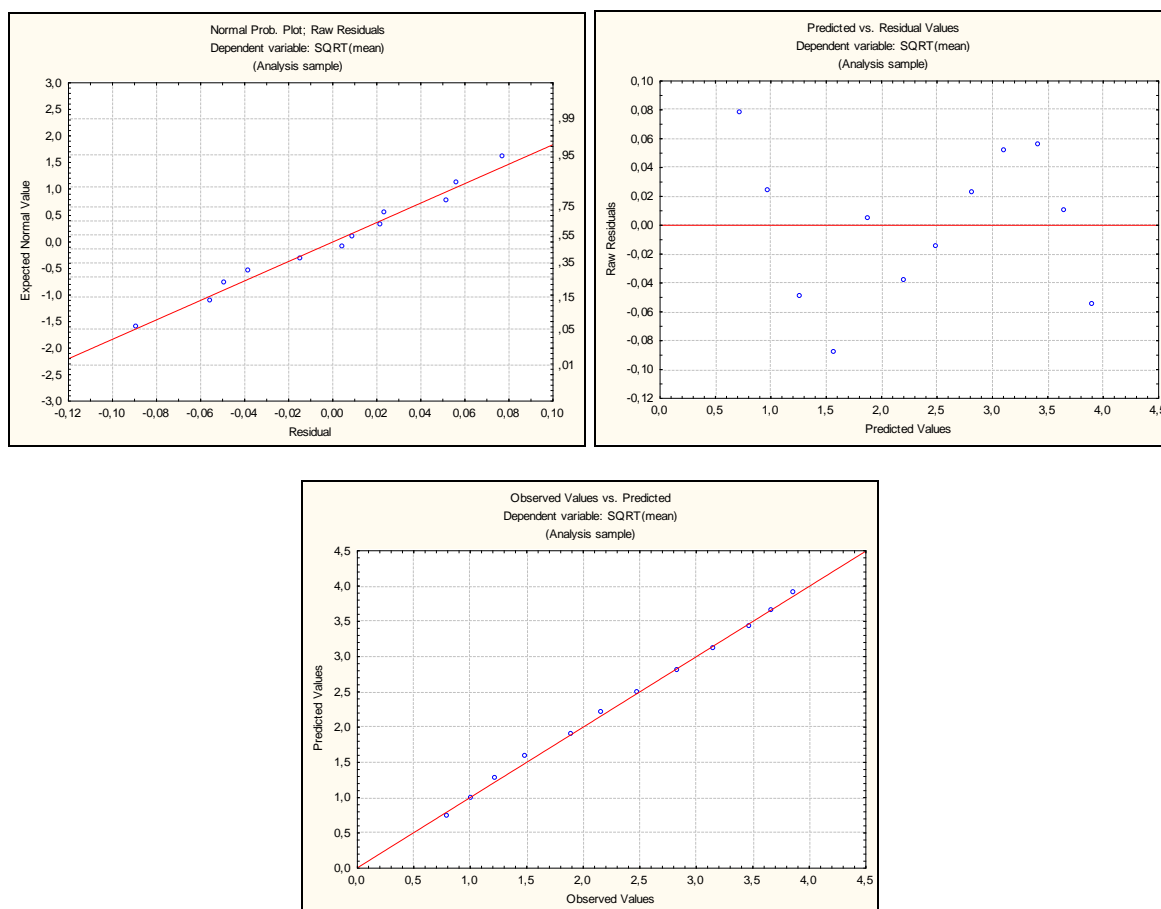


Figure 2-5 : Diagnostic des résidus du modèle réajusté de la moyenne



### 2.3.3 Modélisation de l'écart type

Nous procédons pour la variable de l'écart type en fonction du temps de la même façon que pour la variable de moyenne. Le tableau 2-6, montre une estimation des paramètres de la régression de la moyenne des observations en fonction du temps.

$$\hat{\sigma}_X(t) = \hat{\sigma}_0 + \hat{\beta}'t = -0,918 + 0164t \quad (2.5)$$

L'analyse de la variance (tableau 2-7) démontre que la régression est significative. La valeur de « p » permet de rejeter l'hypothèse que les paramètres de la régression sont nuls. 96,7 % de la variabilité réelle des données est exprimée par le modèle proposé.

Tableau 2-6 : Estimation des paramètres du modèle de l'écart type

Effect	Parameter Estimates Sigma-restricted parameterization					
	StDev	StDev	StDev	StDev	-95,00%	+95,00%
	Param.	Std.Err	t	p	Cnf.Lmt	Cnf.Lmt
Intercept	-0,917670	0,182021	-5,04157	0,000505	-1,32324	-0,512103
Temps operation x 1000 h	0,163657	0,009507	17,21442	0,000000	0,14247	0,184840

Tableau 2-7 : Analyse de la variance du modèle de l'écart type

Effect	Univariate Tests of Significance for StDev Sigma-restricted parameterization Effective hypothesis decomposition				
	SS	Degr. of Freedom	MS	F	p
Intercept	1,94196	1	1,94196	25,4174	0,000505
Temps operation x 1000 h	22,64093	1	22,64093	296,3364	0,000000
Error	0,76403	10	0,07640		

Le diagnostic graphique du modèle montre, à la figure 2-6, que les résidus ne sont pas alignés avec la droite de normalité et qu'il y a une tendance particulière entre les valeurs prédites et les résidus du modèle. Un réajustement du modèle s'impose donc.

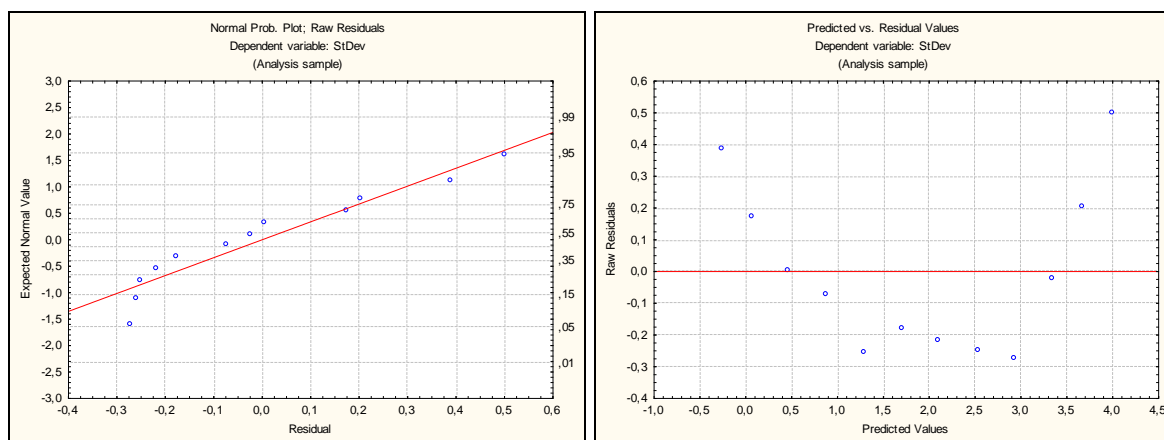


Figure 2-6 : Diagnostic des résidus du modèle de l'écart type

### 2.3.4 Réajustement de la modélisation de l'écart type

Comme pour la modélisation de la moyenne, la transformation de la variable de réponse selon la procédure de Box-Cox est utilisée pour identifier une transformation possible sur la variable à expliquer.

La transformation de Box-Cox, à la figure 2-7 propose une transformation de type « Racine carrée », sur la variable à expliquer.

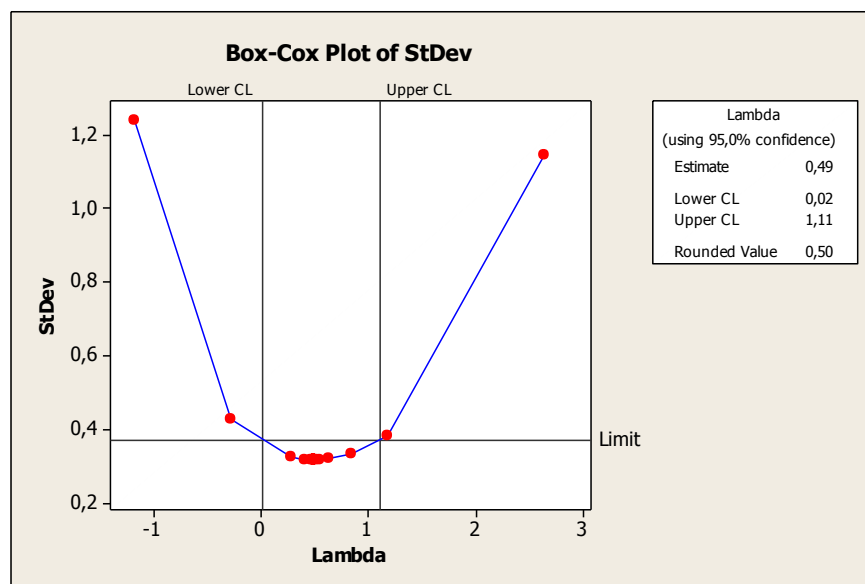


Figure 2-7 : Transformation de Box-Cox du modèle de l'écart type

Le tableau 2-8 présente une estimation des paramètres de la régression de la racine carrée de l'écart type en fonction du temps.

$$\sqrt{\hat{\sigma}_x(t)} = 0,128 + 0,066t \quad (2.6)$$

L'analyse de la variance (tableau 2-9) démontre que la régression est significative. La valeur de « p » permet de rejeter l'hypothèse que les paramètres de la régression sont nuls. Le coefficient de détermination  $R^2$  indique que 99,7 % de la variabilité réelle des données est exprimée par le modèle proposé.

Tableau 2-8 : Estimation des paramètres du modèle réajusté de l'écart type

Effect	Parameter Estimates					
	Sigma-restricted parameterization					
	SQRT(SD) Param.	SQRT(SD) Std.Err	SQRT(SD) t	SQRT(SD) p	-95,00% Cnf.Lmt	+95,00% Cnf.Lmt
Intercept	0,127716	0,021462	5,95067	0,000141	0,079895	0,175538
Temps operation x 1000 h	0,065896	0,001121	58,78367	0,000000	0,063398	0,068394

Tableau 2-9 : Analyse de la variance du modèle réajusté de l'écart type

Effect	Univariate Tests of Significance for SQRT(SD) Sigma-restricted parameterization Effective hypothesis decomposition				
	SS	Degr. of Freedom	MS	F	p
Intercept	0,037615	1	0,037615	35,411	0,000141
Temps operation x 1000 h	3,670638	1	3,670638	3455,520	0,000000
Error	0,010623	10	0,001062		

La transformation de la variable de réponse selon la procédure de Box-Cox a permis de réajuster les résidus. Le diagnostic graphique des résidus à la figure 2-8 indique que les résidus sont distribués selon une loi normale et que la présence d'une tendance particulière est relativement faible. Le modèle réajusté sera donc retenu pour la suite de la modélisation.

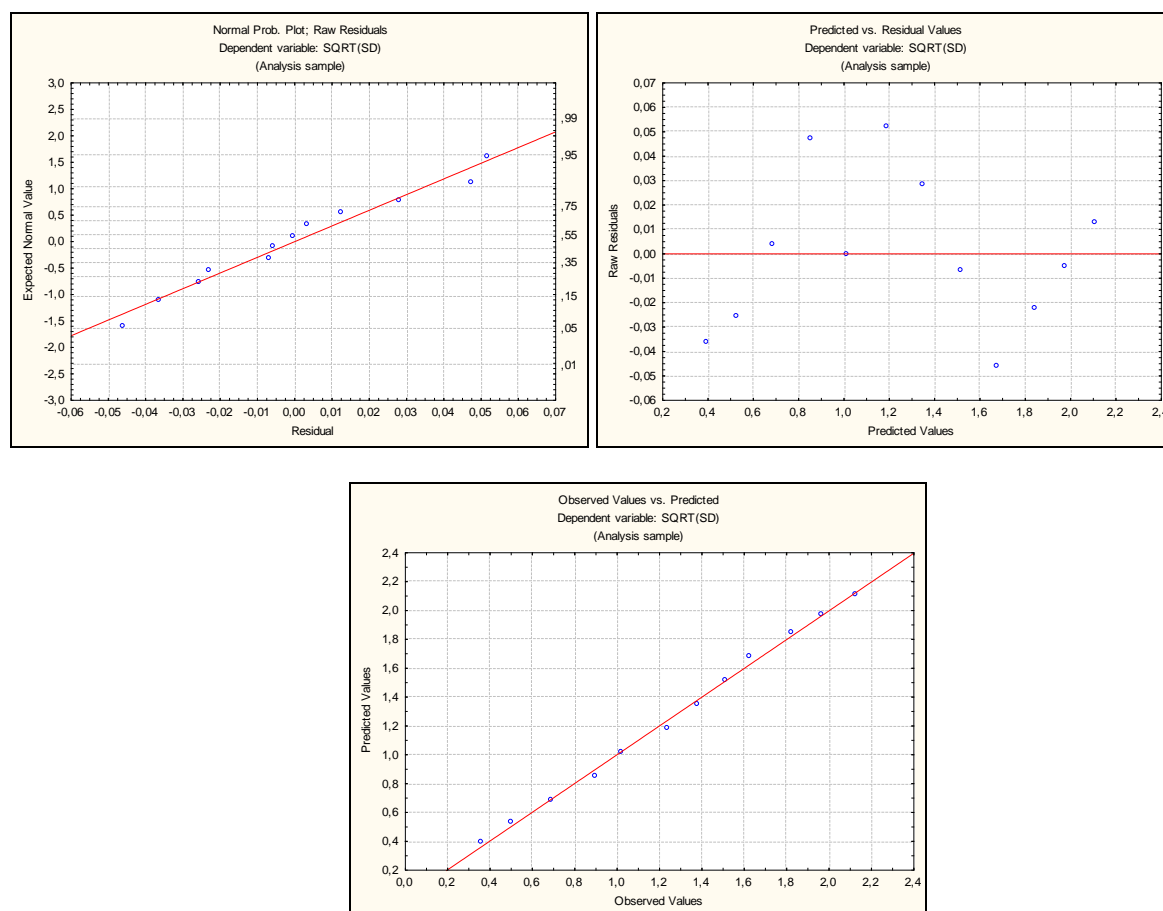


Figure 2-8 : Diagnostic des résidus du modèle réajusté de l'écart type

## Conclusion

Nous avons vérifié, dans ce chapitre, que les observations à un moment donné proviennent d'une distribution normale. Le modèle de dégradation est modélisé comme une distribution normale dont les paramètres évoluent dans le temps.

Nous venons également de démontrer que l'évolution des paramètres peut être modélisée par un modèle linéaire ajusté en fonction du temps.

Les paramètres du modèle sont :

$$X(t) \sim N\{(0,234 + 0,122t)^2, (0,128 + 0,066t)^4\}, \text{ pour } t \in \mathbb{R}^+ \quad (2.7)$$

Ces résultats seront utilisés dans le chapitre suivant pour estimer la fiabilité du système étudié.

## CHAPITRE 3: STRATÉGIE DE MAINTENANCE

Dans ce chapitre, nous cherchons à établir une politique de maintenance qui permettra de minimiser le coût moyen, par unité de temps, à long terme de la maintenance des turbines hydroélectriques sujettes à une dégradation de l'érosion de cavitation. La formulation d'un modèle d'estimation de la fiabilité en fonction du temps et du seuil de dégradation aidera à modéliser une stratégie de remplacement.

### 3.1 Estimation de la fiabilité

Nous avons conclu, dans le chapitre précédent, que les observations à un moment donné proviennent d'une distribution normale. Le modèle de dégradation peut ainsi être modélisé comme une distribution normale dont les paramètres évoluent dans le temps.

Le processus de dégradation cumulatif noté  $\{X_t, t \geq 0\}$  décrit la dégradation totale subie par un équipement jusqu'à l'instant  $t$ .

L'équipement a un seuil de dégradation notée  $k$ , au-delà duquel il est déclaré défaillant.

La fonction de répartition du temps  $T$  de la première défaillance du système est :

$$P[T > t] = 1 - F(t) = P[X_t \leq k] \quad (3.1)$$

Sur la base de ce qui précède, pour un seuil de dégradation donné, la probabilité de défaillance peut être estimée comme étant l'aire sous la courbe d'une densité de probabilité d'une loi normale. La figure 3-1 présente une illustration pour un seuil de dégradation ( $k = 10$  kg).

La fiabilité du système dépend donc du seuil de défaillance imposé par les conditions d'exploitation. La fiabilité est donc exprimée par :

$$R(t, k) = 1 - F(t, k) = P[T > t] = P[X_t \leq k] \quad (3.2)$$

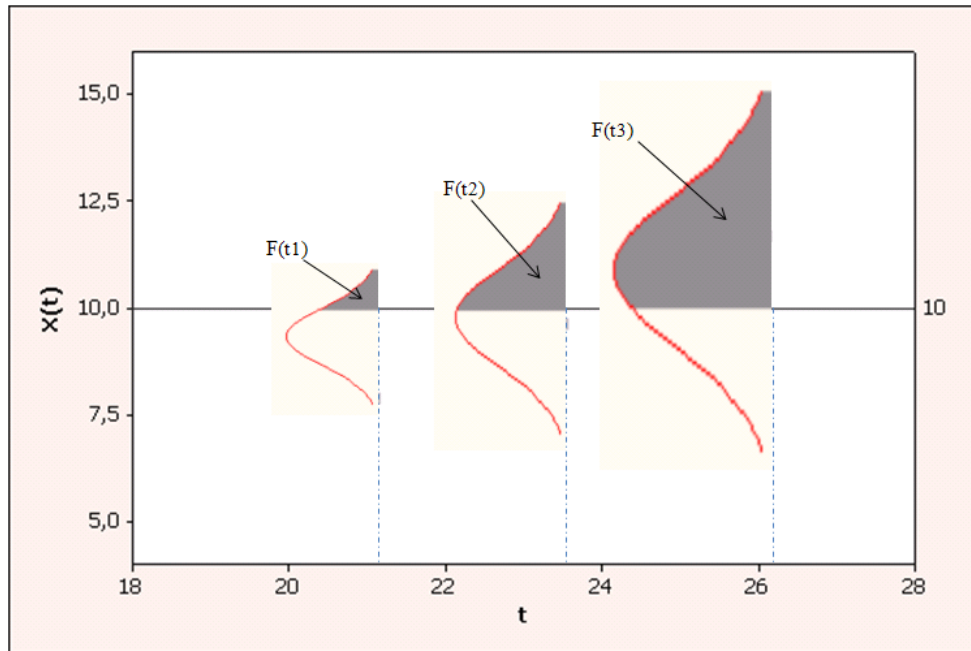


Figure 3-1 : Évolution des paramètres du modèle en fonction du temps.

En combinant l'équation 3.2 avec l'équation 1.3, on obtient :

$$R(t, k) = \frac{1}{\hat{\sigma}(t)\sqrt{2\pi}} \int_0^k e^{-1/2 \left( \frac{x - \hat{\mu}(t)}{\hat{\sigma}(t)} \right)^2} dx = \Phi \left( \frac{k - \hat{\mu}(t)}{\hat{\sigma}(t)} \right) \quad (3.3)$$

L'allure de  $R(t, k)$  est donc tracée à la figure 3-2.

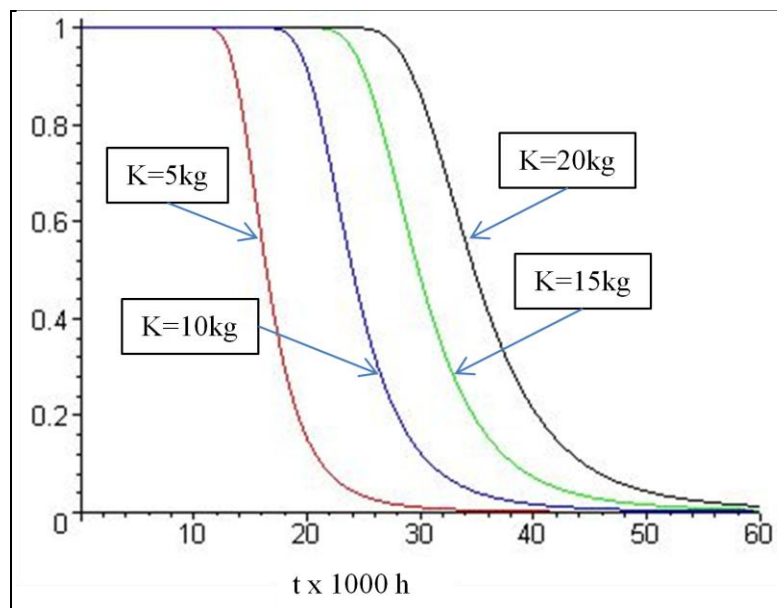


Figure 3-2 : Exemple de fiabilité du système en fonction du temps et du seuil de défaillance

Ainsi, pour toute valeur  $k$ , la fiabilité du système est estimée en tout instant  $t$  (figure 3-3).

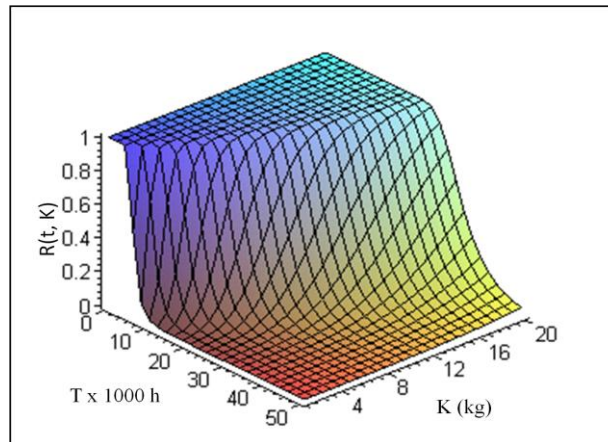


Figure 3-3 : Fiabilité du système en fonction du temps et du seuil de défaillance

La densité de la probabilité de défaillance du système pour un  $k$  donné est définie par :

$$f(t, k) = \frac{d}{dt} F(t, k) \quad (3.4)$$

En combinant les équations (3.3) et (3.4) :

$$f(t, k) = F'(t, k) = \frac{d}{dt} \left( 1 - \frac{1}{\hat{\sigma}(t)\sqrt{2\pi}} \int_0^k e^{-1/2 \left( \frac{x - \hat{\mu}(t)}{\hat{\sigma}(t)} \right)^2} dx \right) \quad (3.5)$$

La courbe de la densité de probabilité de défaillance (figure 3.4) est représentée pour différents seuils de dégradation  $k$ .

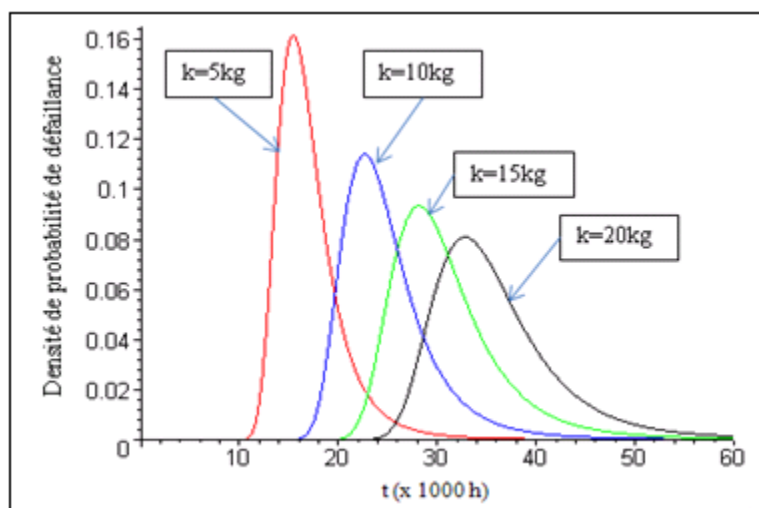


Figure 3-4 : Densité de probabilité de défaillance en fonction du seuil de dégradation

La fonction de hasard, ou taux de défaillance instantané, au moment  $t$  s'interprète comme la probabilité instantanée de sortir de l'état de non-défaillance à la date  $t$ .

Le taux de défaillance instantané est exprimé par :

$$\lambda(t, k) = \frac{f(t, k)}{R(t, k)} = \frac{F'(t, k)}{R(t, k)} = \frac{d(1-R(t, k))/dt}{R(t, k)} = \frac{-dR(t, k)/dt}{R(t, k)} \quad (3.6)$$

La fonction de hasard est donc représentée (figure 3-5) en fonction du temps (x 1000 h) et du seuil de défaillance,  $k$ .

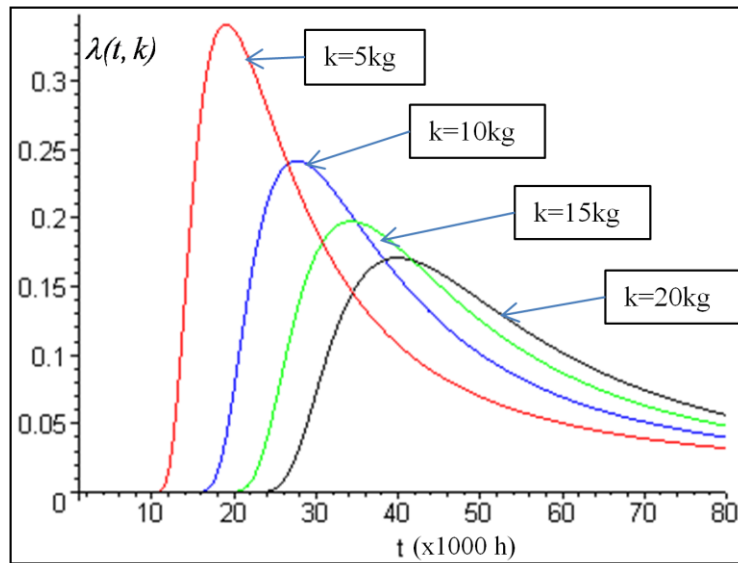


Figure 3-5 : Taux de défaillance instantané

La fonction de hasard (ou taux de défaillance) est non monotone (croissante puis décroissante). Le modèle proposé présente le gros désavantage d'être associé à un taux de défaillance nul à l'origine, puis croissant jusqu'à un maximum, et enfin décroissant pour les grandes valeurs de  $t$ , ce qui n'est pas vrai en pratique.

### 3.2 Approximation de la fiabilité par la loi de Weibull

Bien que la formulation dans la section 3.1 donne une approximation de la fiabilité en fonction du temps et du seuil de dégradation prédéterminé, elle associe le taux de défaillance à une fonction non monotone sur l'intervalle de temps étudié.



Nous rechercherons dans cette section à approximer la fiabilité par une loi de Weibull à trois paramètres, pour représenter le mieux possible la fiabilité du système étudié avec un modèle plausible.

Nous supposons d'abord que les probabilités de défaillance formulées dans la section précédente sont issues d'une loi de Weibull à trois paramètres ( $\gamma$ ,  $\alpha$  et  $\beta$ ). Pour un seuil de défaillance donné, la fiabilité s'écrit :

$$R_k(t) = \exp \left( - \left( \frac{t - \gamma_k}{\alpha_k} \right)^{\beta_k} \right) \quad (3.7)$$

Ensuite, nous estimerons les paramètres de la loi de Weibull qui rendent la formulation de la fiabilité de la section précédente la plus proche possible d'une loi de Weibull.

La validation du modèle par la méthode de Kaplan-Meier et par la méthode du maximum de vraisemblance sera établie également.

### 3.2.1 Estimation des paramètres de la loi de Weibull

L'estimation des paramètres ( $\gamma$ ,  $\alpha$  et  $\beta$ ) d'une loi de Weibull à partir de la fiabilité estimée dans la section précédente est très compliquée analytiquement. Pham (2003) propose l'utilisation de l'algorithme numérique disponible sous le module « Solveur » de Microsoft Excel.

L'idée est de trouver les paramètres qui minimisent la somme des carrés des erreurs pour un seuil de défaillance  $k_j$  donné.

La somme des carrés des résidus s'écrit :

$$SSR = \sum_{t_i=0}^n \left( \left[ \exp \left( - \left( \frac{t_i - \gamma_k}{\alpha_k} \right)^{\beta_k} \right) \right] - \left[ \frac{1}{\hat{\sigma}(t_i)\sqrt{2\pi}} \int_0^k e^{-1/2 \left( \frac{x - \hat{\mu}(t_i)}{\hat{\sigma}(t_i)} \right)^2} dx \right] \right)^2 \quad (3.8)$$

Pour chaque instant  $t_i$ , la moyenne et l'écart type d'une population sont estimés par le modèle décrit dans le chapitre 2.

L'approximation repose sur plusieurs itérations réalisées en faisant varier les paramètres. Le but est de retenir les paramètres de la loi de Weibull qui minimisent la somme des carrés des résidus.

Le Solveur d'Excel retourne des valeurs des paramètres ( $\gamma$ ,  $\alpha$  et  $\beta$ ) qui représentent la meilleure approximation de la fiabilité après plusieurs itérations numériques.

Les paramètres estimés pour différents seuils de défaillance sont montrés dans le tableau 3-1.

Tableau 3-1 : Estimation des paramètres de la loi de Weibull

Seuil de défaillance k (Kg)	$\gamma$	$\alpha$	$\beta$
5	12,84	1,45	4,60
10	18,96	1,45	6,50
15	23,65	1,45	7,96
20	27,61	1,45	9,19

La fiabilité formulée par l'équation (3.7) est illustrée par la figure (3-6).

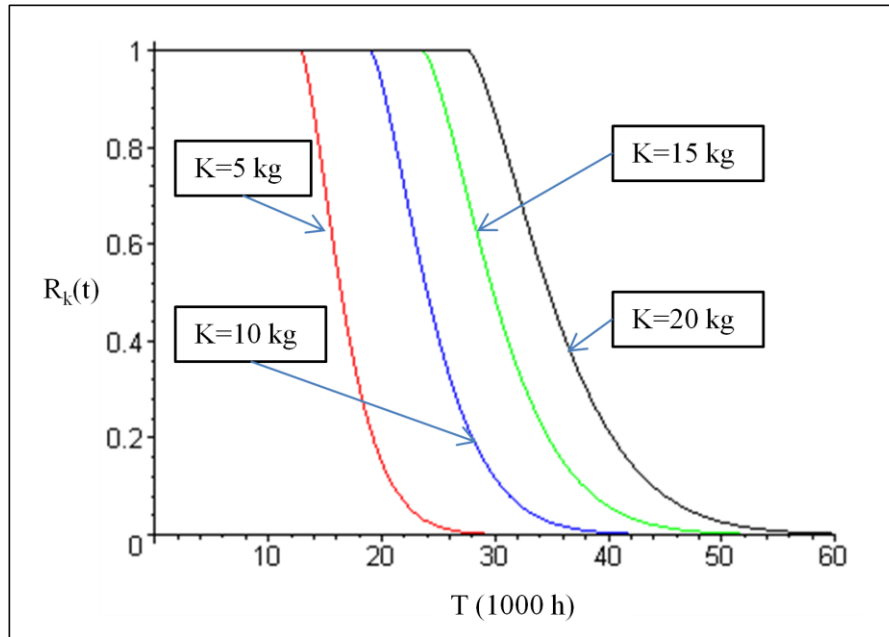


Figure 3-6 : Approximation de la fiabilité en fonction du seuil de défaillance

### 3.2.2 Validation du modèle de la fiabilité

Dans cette section, l'analyse de l'estimateur non paramétrique de Kaplan-Meier, le coefficient de détermination et l'estimation par la méthode du maximum de vraisemblance (ML) sont mis en contribution pour valider le modèle proposé dans la section précédente.

## Le coefficient de détermination

Le coefficient de détermination  $R^2$  révèle que 99,93 % de la variabilité du modèle proposé dans la section 3.1 est représentée par le modèle estimé par la loi de Weibull.

La figure 3-7 montre le modèle proposé dans la section 3.1 et celui estimé par la loi de Weibull.

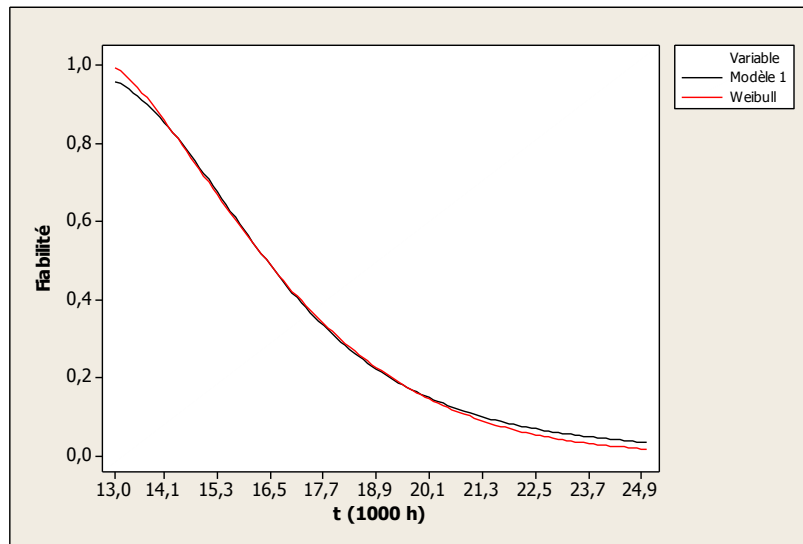


Figure 3-7 : Fiabilité du modèle et fiabilité approximée par la loi de Weibull

## Estimation non paramétrique : Méthode de Kaplan-Meier

L'estimateur de Kaplan-Meier, ou encore la limite des produits, *Product-Limit*, est utilisé pour déterminer l'allure de la courbe de fiabilité.

À partir des données observées, soit un échantillon de 13 turbines pour lesquelles la dégradation cumulative a été collectée, les dates  $t_1, t_2, t_3, \dots, t_j, \dots, t_n$  correspondant à l'atteinte du seuil de défaillance ( $k = 5 \text{ kg}$ ) sont estimées en supposant que le taux de perte de matière reste constant entre deux inspections (Figure 3-8).

On qualifie des valeurs censurées, des valeurs qui ne fournissent pas des renseignements précis sur l'instant où le seuil de défaillance est atteint. Les données dont nous disposons sont supposées sans censure, puisqu'elles sont établies à partir des données observées, l'imprécision peut donc être considérée négligeable.

En l'absence de censure, l'estimateur de Kaplan-Meier se ramène à  $\hat{R}(t_n)$  qui est l'estimateur de la fonction de fiabilité.

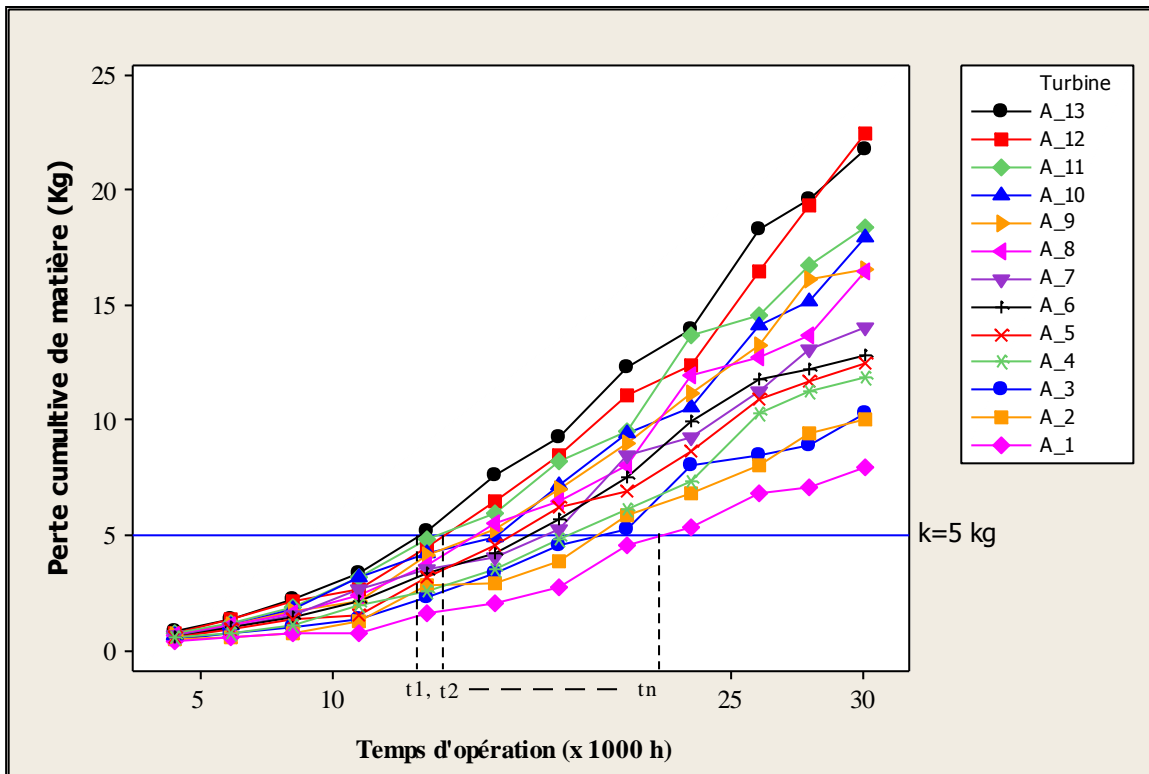


Figure 3-8 : Données utilisées pour l'estimation non-paramétrique

L'estimateur de Kaplan-Meier, pour déterminer la fiabilité  $\hat{R}(t_n)$ , est donné par la formule suivante :

$$\hat{R}(t_n) = \prod_{p=1}^n \left(1 - \frac{d_p}{r_p}\right) \quad (3.9)$$

Où :

$d_p$  : est le nombre de défaillances se produisant à la date  $t_p$

$r_p$  : est le nombre d'équipements en fonction juste avant la date  $t_p$

La fonction de fiabilité estimée par la méthode non paramétrique de Kaplan-Meier est représentée par (figure 3-9).

Les résultats complets de l'estimateur de Kaplan-Meier sont montrés à l'annexe 3.

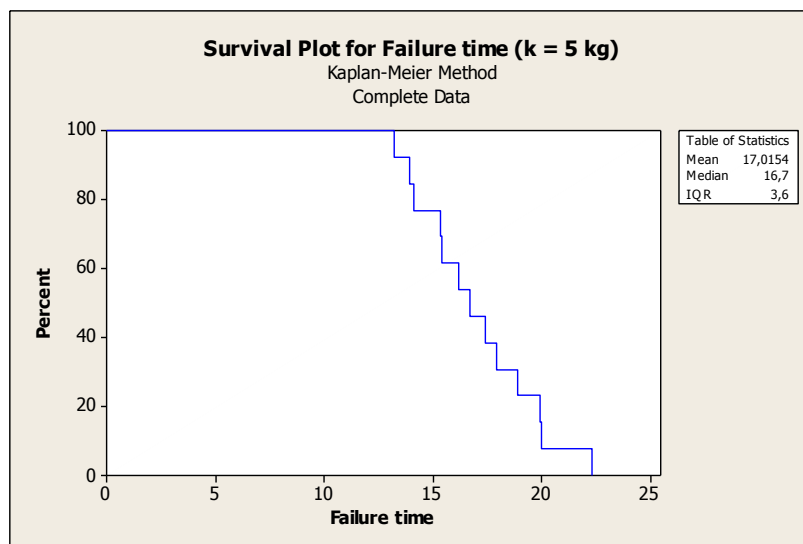


Figure 3-9 : Estimation non paramétrique de Kaplan-Meier de la fiabilité

Le coefficient de détermination (figure 3-10) montre que le modèle approximé par la loi de Weibull, dans la section 3.2.1 représente 98,5 % de la variabilité expliquée par l'estimation non paramétrique de Kaplan-Meier.

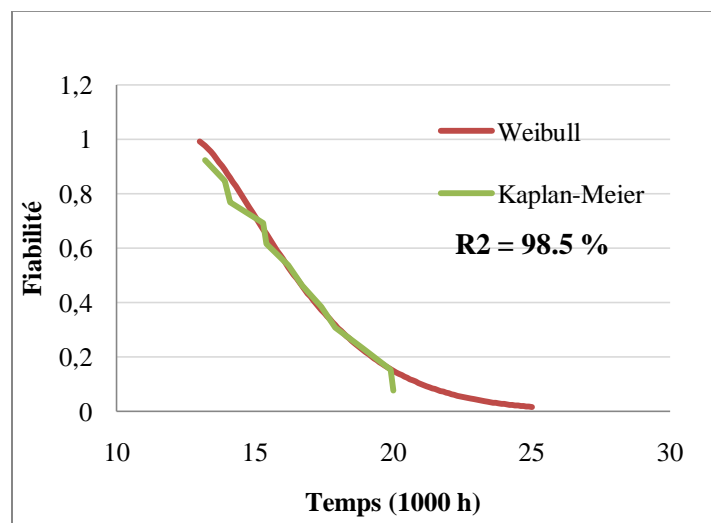


Figure 3-10 : Fiabilité de Kaplan-Meier et fiabilité approximée par la loi de Weibull

### Estimation paramétrique : Méthode du maximum de vraisemblance

L'ajustement d'une distribution statistique, à partir des données observées avec la méthode du maximum de vraisemblance (ML), est démontré dans la figure 3-11. Le logiciel Minitab est utilisé pour la simplification des calculs mathématiques.

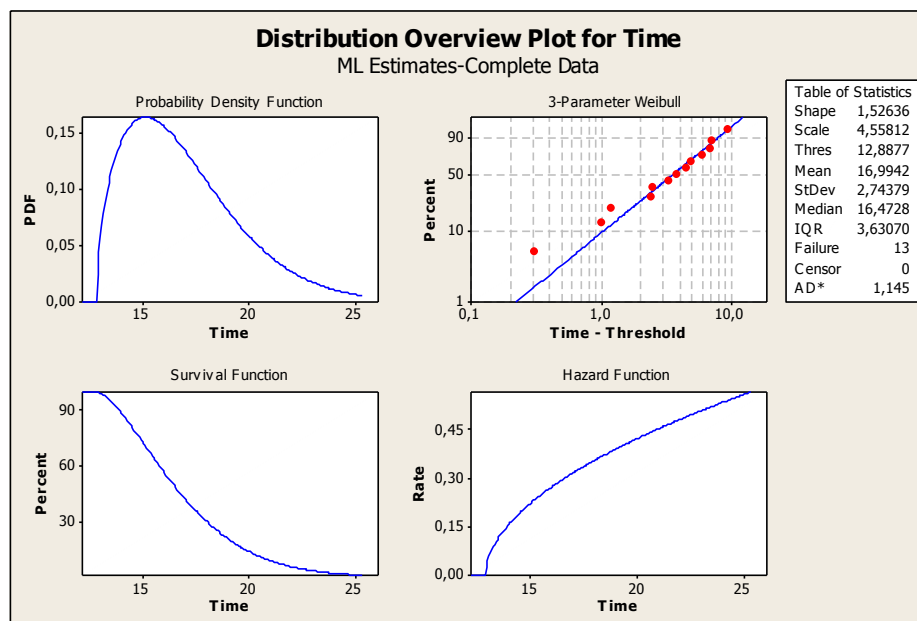


Figure 3-11 : Estimation des paramètres de la loi de Weibull par la méthode du ML

Les paramètres de la loi de Weibull estimés avec la méthode du maximum de vraisemblance et ceux retenus par approximation numérique sont quasi identiques. La figure 3-12 représente la densité de probabilité pour la loi de Weibull établie avec des données brutes et la loi de Weibull approximée dans la section 3.2.1 (cas où  $k = 5$  kg).

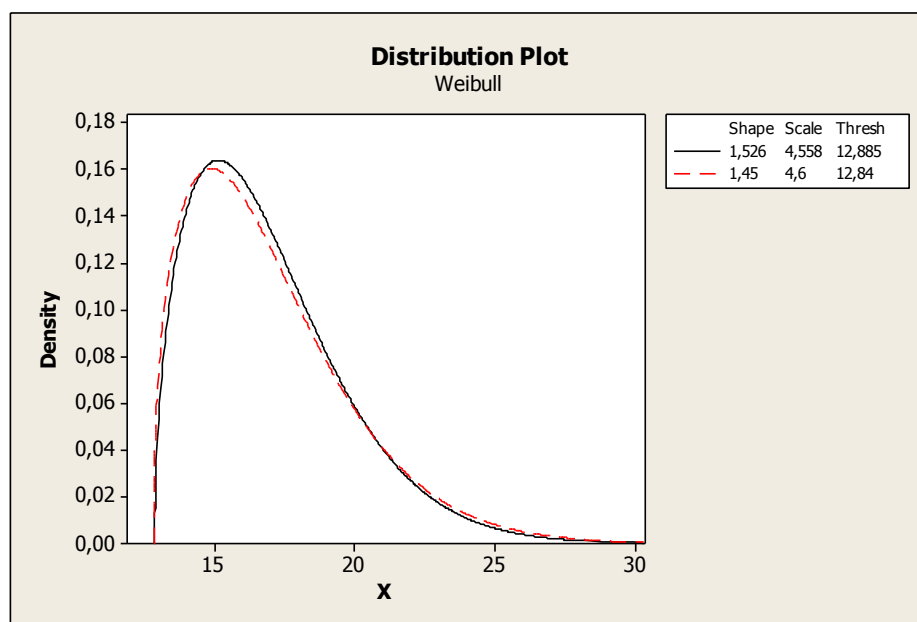


Figure 3-12 : Densité de probabilité de la loi de Weibull approximée numériquement et celle obtenue par ML.

Le modèle proposé dans la section 3.2.1 a été vérifié et validé par l'estimateur non paramétrique de Kaplan-Meier et par la méthode du maximum de vraisemblance. Il présente les avantages d'estimer la fiabilité en fonction du seuil de défaillance considéré, de ne pas être associé à un taux de défaillance non monotone et d'avoir une formulation mathématique relativement simple. Ce modèle sera par conséquent utilisé par la suite pour optimiser une stratégie de remplacement.

### 3.3 Estimation du nombre d'échecs

Le taux de défaillance instantané est exprimé par  $\tau_k(t)$  :

$$\tau_k(t) = \frac{\beta_k}{\alpha_k} * \left( \frac{t - \gamma_k}{\alpha_k} \right)^{\beta_k - 1} \quad (3.10)$$

Le nombre prévu d'échecs suivis par des actions de réparation minimale dans un intervalle de temps  $(0, T)$  est formulé par  $\Lambda_k(T)$  et représenté dans la figure 3-13.

Pour  $0 < T < \gamma_k$ ,  $\Lambda_k(T) = 0$  et pour  $T \geq \gamma_k$  :

$$\Lambda_k(T) = \int_{\gamma_k}^T \tau_k(t) \cdot dt = \left( \frac{T - \gamma_k}{\alpha_k} \right)^{\beta_k} \quad (3.11)$$

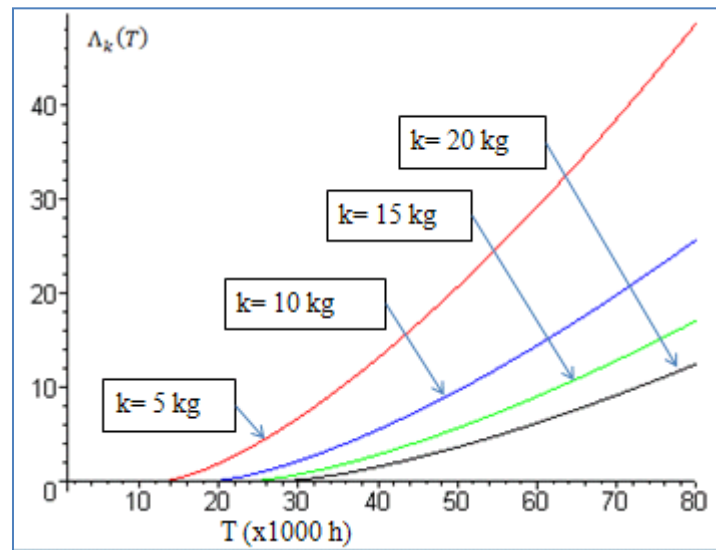


Figure 3-13 : Nombre prévu d'échecs en fonction du temps cumulatif d'opération

### 3.4 Optimisation de la stratégie de remplacement

Ce qui est recherché dans cette section est le temps optimal pour procéder au remplacement de l'équipement à la suite d'une série de réparations, ce qui permet de garantir des dépenses minimales et une utilisation optimale des ressources.

Une stratégie naturelle est de remplacer le système à toutes les  $T$  unités de temps d'usage, où  $T$  garantit des dépenses minimales possibles.

L'optimisation d'une politique basée sur la réparation minimale repose généralement sur la détermination de ce paramètre de décision  $T$  pour minimiser un coût moyen de maintenance à long terme par unité de temps d'usage. L'approche préconisée est de considérer un coût total constitué de deux composantes :

- Le coût de remplacement ;
- Le coût de réparation.

#### 3.4.1 Le coût de remplacement

Le coût total de remplacement de l'équipement à neuf est une donnée qui peut être connue par expérience. Le système étudié est en exploitation depuis plusieurs décennies, les connaissances cumulées suite aux nombreux remplacements de l'équipement permettent une estimation précise du coût  $C_p$  investi à chaque remplacement à neuf.

Dans un horizon de temps  $T$ , le coût de remplacement par unité de temps d'usage est exprimé par :

$$C'_p = \frac{C_p}{T} \quad (3.12)$$

Pour une valeur de  $C_p$ , la fonction  $C'_p$  est monotone décroissante, la figure 3-14 représente le coût de remplacement par unité de temps, cas où  $C_p = 3000$  K\$.



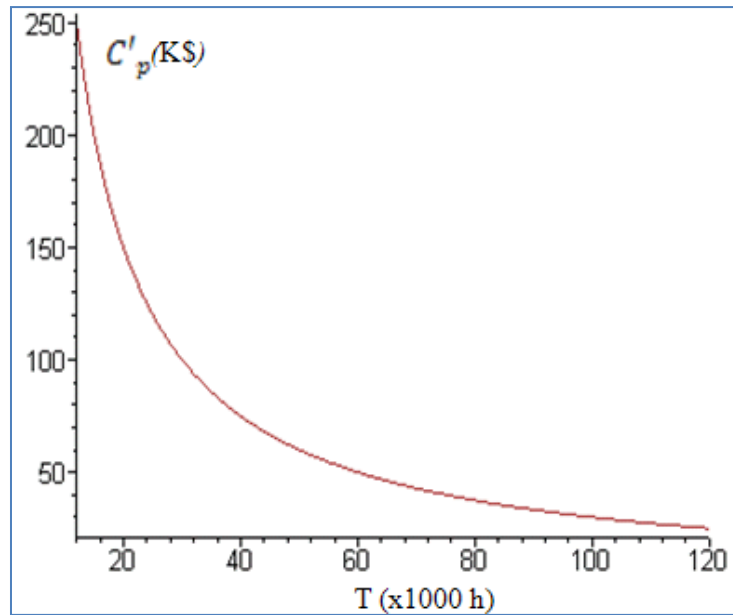


Figure 3-14 : Coût de remplacement par unité de temps

### 3.4.2 Le coût de réparation

Les dégâts occasionnés par la cavitation, tels l'instabilité de l'installation par une vibration excessive, des dommages de surface et la dégradation des performances de l'équipement, constituent depuis toujours un problème technique à résoudre.

Afin de limiter ces dégâts, une réparation minimale est effectuée sur les zones érodées de la turbine hydroélectrique. La réparation consiste au remplissage, par procédés de soudage, des cavités par du matériau spécifique à ce type de réparation.

La réparation est planifiée et elle est conditionnelle à l'atteinte d'un seuil de dégradation connu suite à une inspection ou par surveillance vibratoire.

Dans un horizon de temps  $T$ , le nombre de fois que le système atteint le seuil  $k$  est exprimé par l'équation (3.11), un coût  $C_{mr}$  est investi à chaque intervention de réparation minimale.

Le coût moyen à long terme de réparation par unité de temps d'usage est donné par :

$$C'_{mr} = \frac{C_{mr} * \Lambda_k(T)}{T} \quad (3.13)$$

Pour un  $C_{mr}$  de 200 K\$, la courbe du coût de réparation est présentée à la figure 3-15.

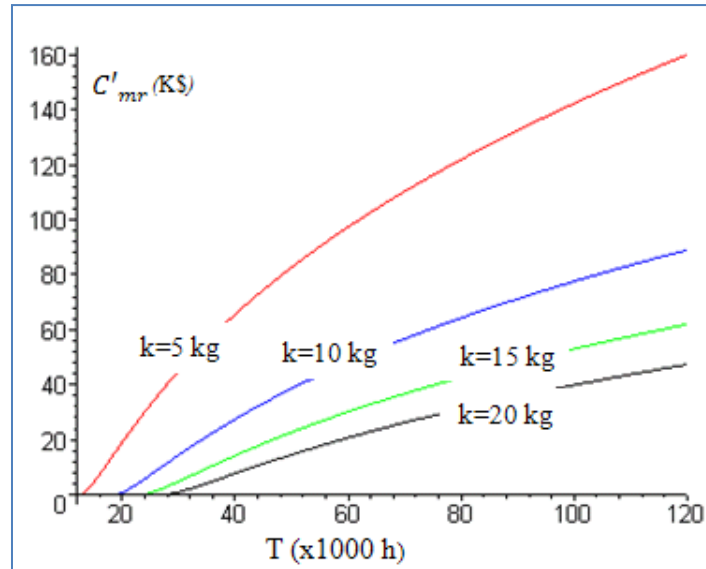


Figure 3-15 : Coût de réparation par unité de temps

Pour les paramètres  $\gamma_k$ ,  $\alpha_k$  et  $\beta_k$  calculés dans la section 3.2.1, la fonction des coûts de réparation est monotone croissante.

### 3.4.3 Le coût total d'une stratégie de remplacement

La combinaison des équations (3.12) et (3.13) permet d'obtenir le coût total par unité de temps pour une stratégie de remplacement basée sur la réparation minimale. L'équation du modèle est donnée par :

$$C_T = \frac{C_p + C_{mr} * \Lambda_k(T)}{T} \quad (3.14)$$

Le temps optimal correspond à l'instant de procéder au remplacement de l'équipement suite à une série de réparations minimales est montré à la figure 3-16.

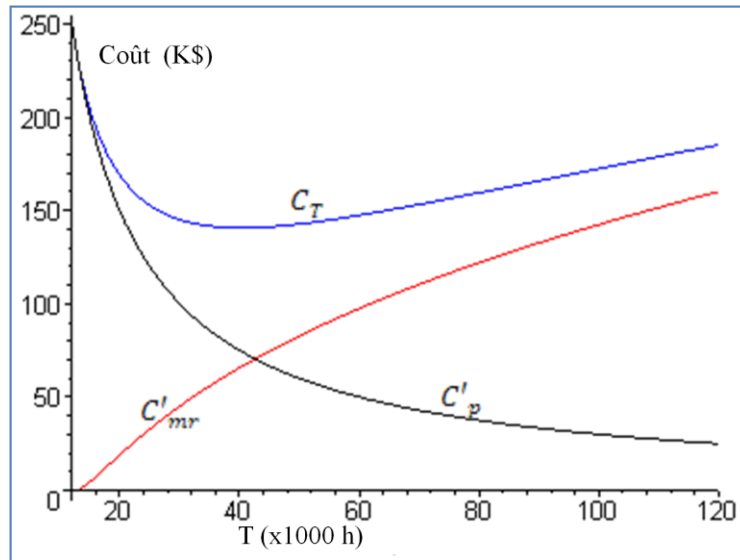


Figure 3-16 : Le coût total pour une stratégie de remplacement (cas :  $k = 5$  kg)

L'optimum de la fonction des coûts totaux par unité de temps est obtenu en résolvant l'équation :

$$\frac{d\left(\frac{C_p + C_{mr} \cdot \Lambda_k(T)}{T}\right)}{dT} = 0 \quad (3.15)$$

### 3.4.4 Résultats

Le coût total par unité de temps en fonction du seuil de défaillance est présenté par la figure 3-17 pour  $C_p = 3000$  K\$ et  $C_{mr} = 200$  K\$.

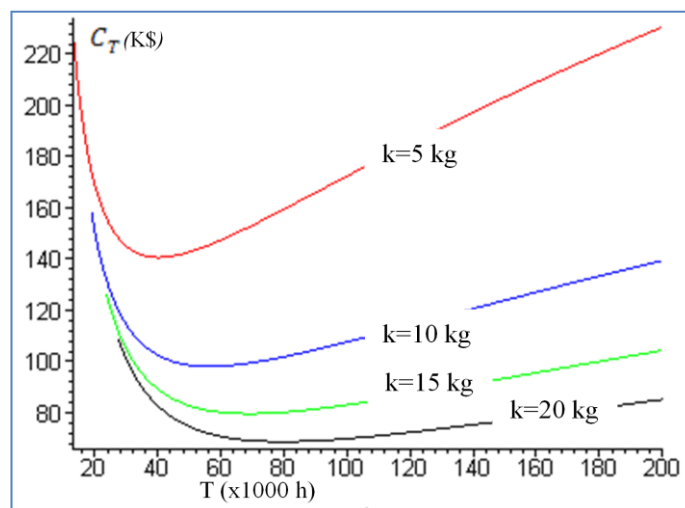


Figure 3-17 : Stratégie optimale de remplacement en fonction du seuil de défaillance

Le temps optimal pour procéder au remplacement de l'équipement suite à une série de réparations minimales en fonction du seuil de défaillance est analysé pour différents coûts de remplacement et de réparation. Le tableau 3.1 présente l'analyse de sensibilité du modèle.

Tableau 3-1 : Analyse de sensibilité de la stratégie de maintenance

k (kg)	Cp (K\$)	Cmr (K\$)	Cp/Cmr	T* (h)	Coûts (\$)
5	2000	100	20	50674	81361
5	2000	300	6,7	21843	127927
5	4000	100	40	87874	110722
5	4000	300	13,3	36586	197927
15	2000	100	20	86776	46253
15	2000	300	6,7	37974	71186
15	4000	100	40	150793	63383
15	4000	300	13,3	62718	111811

Les résultats obtenus montrent que, pour un seuil de défaillance petit, le temps optimal de remplacement en heures d'opération cumulatif, est petit également, puisque le processus de dégradation a une dérive positive.

Les figures 3-18 et 3-19 représentent les effets de la variation du seuil de défaillance, des coûts de réparation et de remplacement sur la stratégie optimale proposée dans ce chapitre.

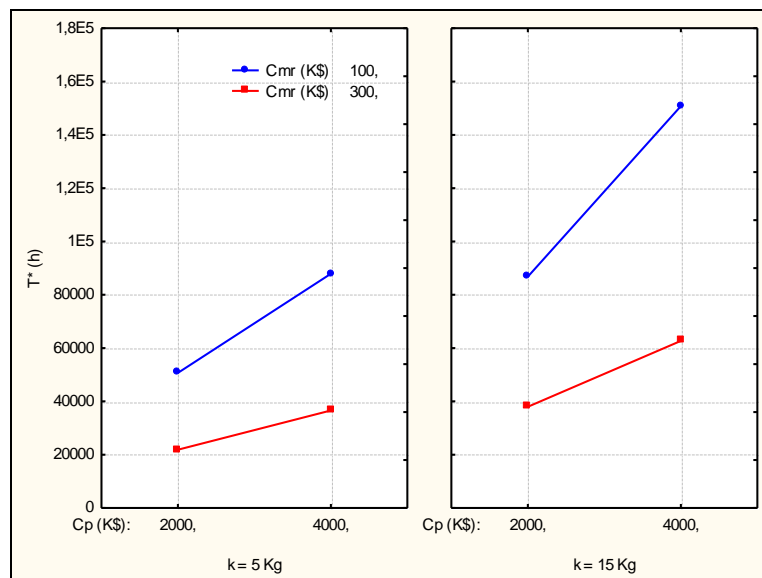


Figure 3-18 : Sensibilité de la stratégie de remplacement

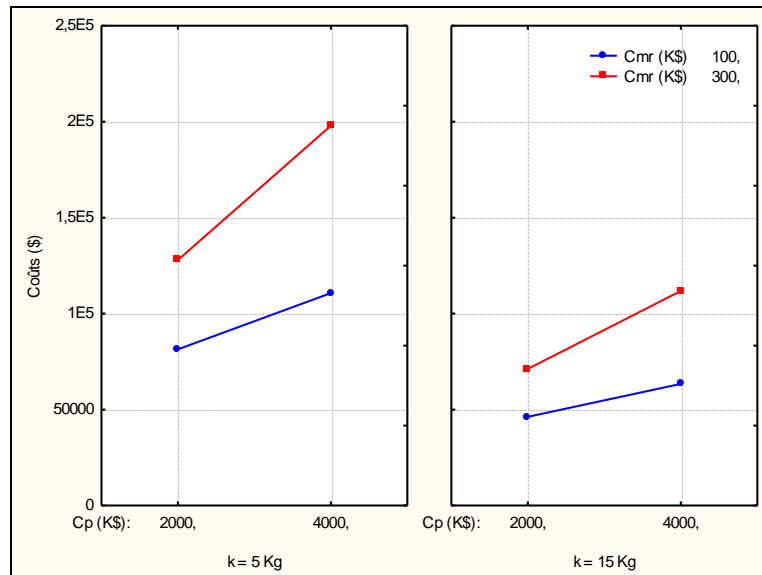


Figure 3-19 : Sensibilité des coûts minimaux de la stratégie

L'analyse de sensibilité montre que l'optimum relatif à la date de remplacement et aux coûts totaux se déplace suite à la variation du seuil de défaillance, des coûts de remplacement et des coûts de réparation.

Si le coût de remplacement augmente, le temps optimal de remplacement sera plus grand et le coût total sera plus élevé.

Si le coût de réparation augmente, le temps optimal de remplacement sera moins grand et le coût total sera plus élevé.

## CHAPITRE 4: CONCLUSION ET PERSPECTIVES

### 4.1 Conclusion

L'objectif de ce mémoire est d'optimiser une stratégie de maintenance basée sur la réparation minimale pour des turbines hydroélectriques se dégradant de façon cumulative, à cause du phénomène de l'érosion de cavitation qui est considéré comme un processus stochastique croissant dans le temps et qui peut être assimilé à l'évolution aléatoire de la dégradation progressive continue et d'un niveau limite. Ce qui est recherché est le temps optimal pour procéder au remplacement de l'équipement à la suite d'une série de réparations minimales, chaque fois que le niveau de détérioration dépasse un seuil de défaillance fixé. Ce qui permettra de garantir des dépenses minimales ainsi qu'une utilisation optimale des ressources.

La modélisation de la dégradation cumulative est formulée, de façon stochastique, en fonction du seuil de dégradation par la méthode des moindres carrés. Le modèle de fiabilité lié à cette formulation présente le gros désavantage d'être associé à un taux de défaillance instantané, non monotone, caractérisé par un taux nul à l'origine, puis croissant jusqu'à un maximum, et enfin décroissant pour les grandes valeurs de  $t$ .

Une approximation numérique du modèle initial par un modèle de Weibull à trois paramètres est alors avancée pour contrer les défauts du modèle initial. La nouvelle approximation est validée par l'estimateur non paramétrique de Kaplan-Meier et par la méthode du maximum de vraisemblance.

Basé sur l'approximation validée de la fiabilité, la stratégie de remplacement, reposant sur la réparation minimale est mise en application ; le temps optimal associé au coût total minimal par unité de temps est formulé et identifié.

L'analyse de sensibilité a démontré que la stratégie de maintenance proposée reste sensible et plausible, en cas de variation du seuil de défaillance, des coûts de remplacement ou des coûts de réparation.

La stratégie de maintenance présentée peut avoir des répercussions directes sur l'exploitation des turbines hydroélectriques subissant des dommages par le biais du phénomène de cavitation. La démarche proposée permettra aux gestionnaires de la maintenance de faire un choix quant aux

moments opportuns d'intervenir sur le système, afin d'effectuer une réparation minimale ou un remplacement à neuf de l'équipement. Ce qui permet une exploitation optimale du système et une utilisation optimale des ressources.

## 4.2 Perspectives

La spécification des contraintes contextuelles de l'exploitation des installations est indispensable pour une meilleure stratégie de maintenance. Ces contraintes peuvent dépendre :

- d'une forte demande d'énergie électrique dans la saison hivernale ;
- de la rentabilisation économique des installations ;
- de l'engagement social à satisfaire la demande la population ;
- du contexte social et politique de la demande ;
- des ressources disponibles pour assurer une bonne qualité de service ;
- des investissements futurs et en cours pour améliorer le niveau de service et la rentabilité du projet ;
- de l'organisation et de la gestion des ressources au sein de l'organisation ;
- etc.

Dans le contexte actuel, nous proposons d'élargir la présente recherche pour ajouter d'autres critères de prise de décision.

Nous suggérons de combiner la présente stratégie avec le critère de la disponibilité de l'équipement, qui peut être considéré comme un indicateur du niveau de performance.

L'objectif, retenu pour les recherches futures, est de structurer une politique de maintenance qui permettra d'atteindre un niveau de disponibilité souhaité, tout en garantissant les dépenses minimales à long terme.

Les contraintes techniques d'exploitation s'avèrent être une des contraintes indispensables pour une meilleure stratégie de maintenance. L'apparition de l'érosion de cavitation peut engendrer un bruit hydroacoustique accompagné de vibrations mécaniques au niveau des structures.

Nous proposons, donc, de combiner la stratégie de remplacement minimale, présentée dans ce mémoire, avec une stratégie d'inspection basée sur les modèles prévisionnelles reposant sur la surveillance vibratoire au niveau de la structure des turbines hydroélectriques.

## RÉFÉRENCES

- P. Bourdon. (2000). Détection vibratoire de l'érosion de cavitation des turbines Francis. Thèse de Doctorat, École polytechnique fédérale de Lausanne.
- P. Bourdon, M. Farhat, Y. Mossoba, et P. Lavigne. (1999). Hydro Turbine Profitability and Cavitation Erosion, Conference Waterpower '99 held in Las Vegas, NV, July 6-9 (Section: 17, Chap: 1).
- B. Castanier. (2002). Modélisation stochastique et optimisation de la maintenance conditionnelle des systèmes à dégradation graduelle. Thèse Ph.D, Université de Technologie de Troyes.
- E. Deloux. (2008). Politiques de maintenance conditionnelle pour un système à dégradation continue soumis a un environnement stressant. Thèse de Doctorat, Université de Nantes.
- SD. Durham et WJ. Padgett. (1997). A cumulative damage model for system failure with application to carbon fibers and composites. *Technometrics*, V. 13: 34-44.
- M. Farhat, P. Bourdon, J-L. Gagné et L. Remillard. (1999). Improving hydro turbine profitability by monitoring cavitation aggressiveness. CEA Electricity '99 Conference and Exposition, Vancouver, March.
- R.M Feldman. (1976). Optimal Replacement with Semi-Markov Shocks Models. *Journal of Applied Probability*, V. 13: 108-117.
- D. Kececioglu. (1995). Maintainability, Availability, & Operational Readiness Engineering, Volume 1. Prentice Hall PTR.
- E. E. Lewis. (1994). Introduction to Reliability Engineering. Wiley, Second Edition.
- Y. Maged. (2003). Modeling of Vibratory Cavitation Erosion Test Results by a Weibull Distribution. *Journal of Testing and Evaluation*, V. 31: 277-288.
- C. Meier-Hirmer, G. Riboulet, F. Sourget et M. Roussignol. (2009). Maintenance optimization for a system with a gamma deterioration process and intervention delay: application to track maintenance. *J. Risk and Reliability*, V. 23, Part O: 189-198.
- Y. Mossoba. (2000). Surveillance et détection de la cavitation par la méthode vibratoire. Colloque Maintenance 2000.

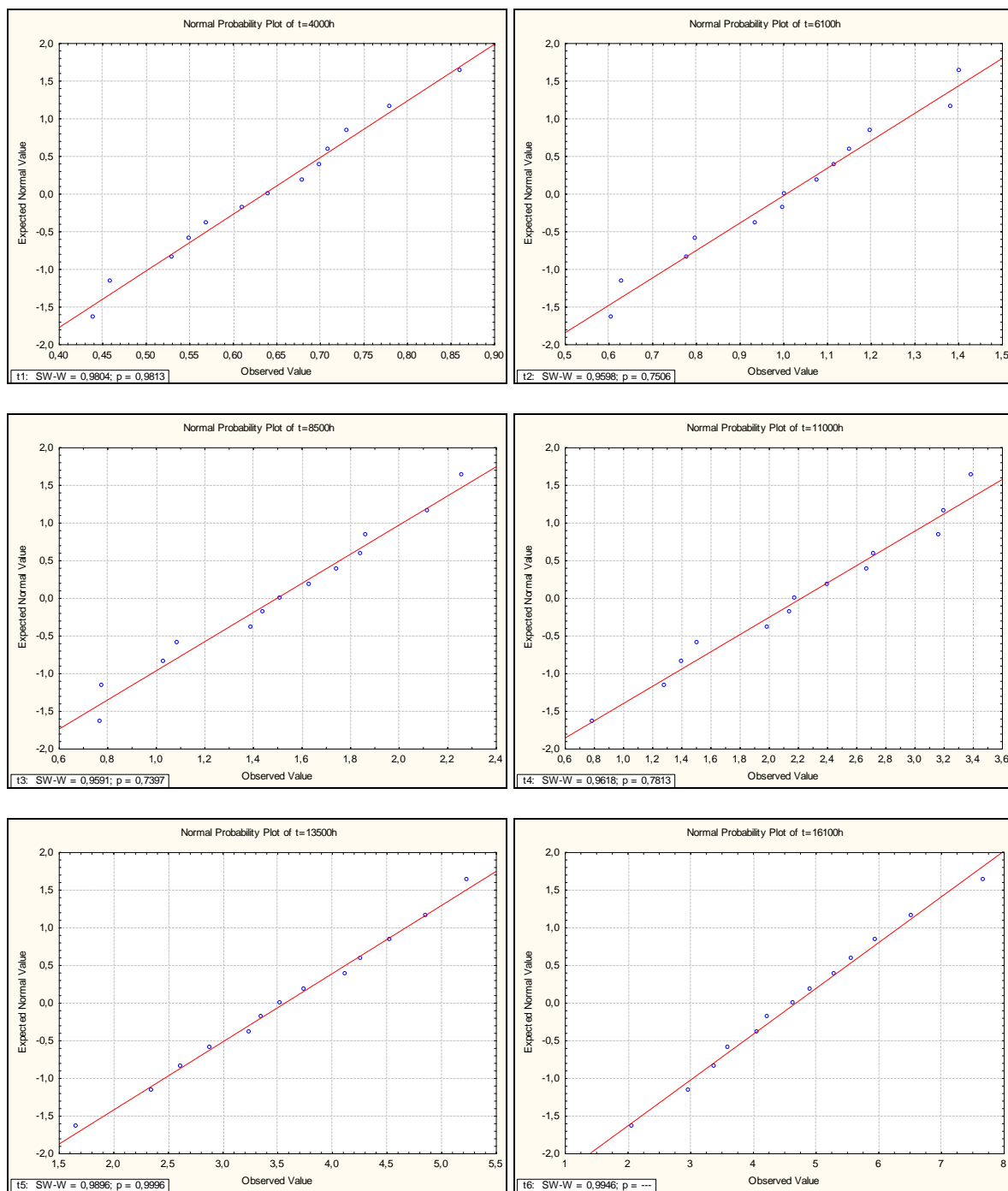


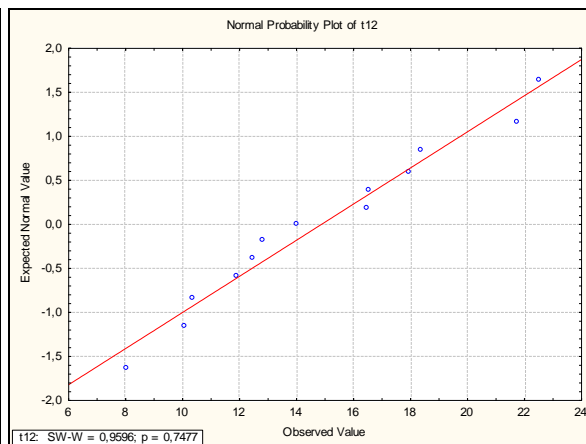
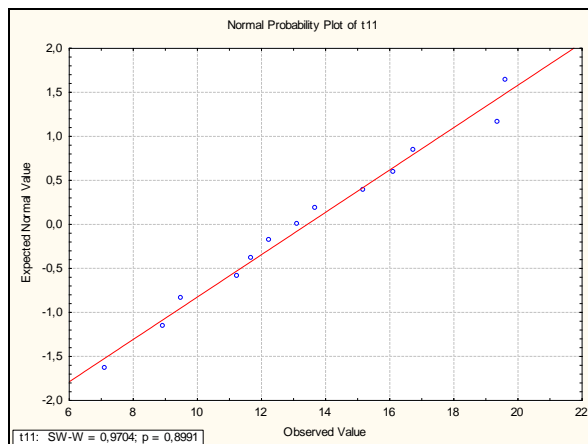
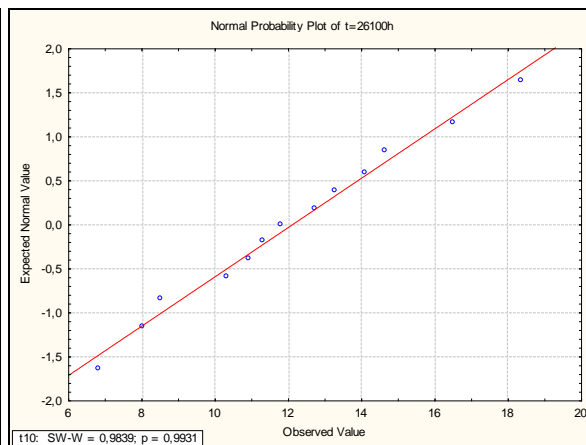
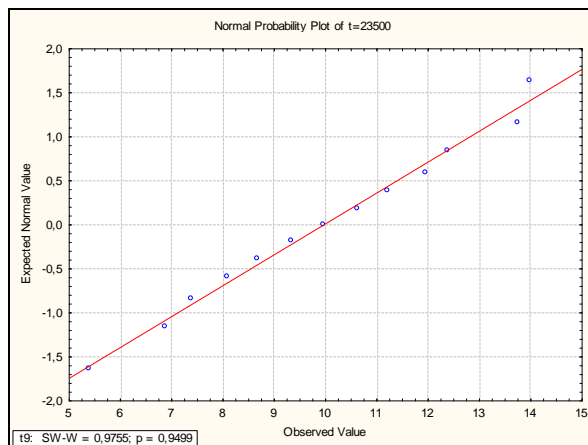
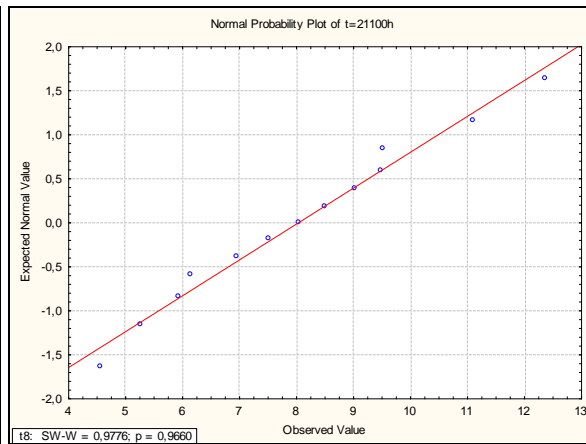
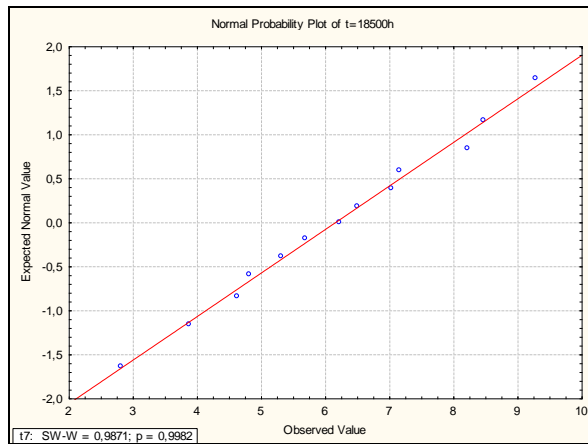
- E. J. Muth. (1977). An optimal decision rule for repair vs. replacement. IEEE transactions on reliability, V. R-26, N.3: 179-181.
- NF-EN-13306-X-60-319. (2001). Terminologie de la maintenance. Norme AFNOR
- J. Neter, M. Kutner, C. Nachtsheim et W. Li. (2005). Applied Linear Statistical Models. McGraw-Hill, 5<sup>th</sup> Edition.
- J.M. van Noortwijk. (2009). A survey of the application of gamma processes in maintenance. Reliability Engineering and System Safety. V. 94: 2-21.
- K.S Park. (1988). Optimal Continuous-Wear Limit Replacement under Periodic Inspections. IEEE Transactions on Reliability, V. 37(1): 97-102.
- F. Pereira. (1997). Prédiction de l'érosion de cavitation: Approche énergétique, Thèse de Doctorat, École polytechnique fédérale de Lausanne.
- H. Pham (Ed.) (2003). Handbook of reliability engineering (Chap.24). Springer. 1<sup>st</sup> Edition.
- M. Rausand et A. Hoyland. (2004) System Reliability Theory-Models, Statistical Methods, and Applications. Wiley, second edition.
- T. Satow, K. Teramoto et T. Nakagawa. (2000). Optimal replacement Policy for a cumulative Damage Model with Time Deterioration. Mathematical and Computer Modelling. V.31: 313-319.
- R. Simoneau, M-C. Petrin et Y. Mossoba. (1995). Modelling and predicting cavitation erosion. The international journal on hydropower & dams, V. 2, N. 2: 41-44.
- I.W.Soro, M. Nourelfath et D. Ait-Kadi. (2010) Performance evaluation of multi-state degraded systems with minimal Repairs and imperfect preventive maintenance. Reliability Engineering and System Safety. V. 95: 65–69.
- C. Valdez-Flores et R.M. Feldman. (1989). A Survey of Preventive Maintenance Models for Stochastically Deteriorating Single-Unit Systems. Naval Research Logistics, V. 36: 419-446.
- H. Wang. (2002). A Survey of Maintenance Policies of Deteriorating Systems. European Journal of Operational Research, V. 139: 469-489.
- J. Xue et K. Yang. (1997). Upper & Lower Bounds of Stress-Strength Interference Reliability with Random Strength-Degradation. IEEE Transaction of Reliability. V.46: 1. 142-145.

R. H. Yeh, M-Y. Chen et C-Y. Lin. (2007). Optimal periodic replacement policy for repairable products under free-repair warranty. *European Journal of Operational Research* V. 176: 1678–1686.

# ANNEXES

## ANNEXE 1 – Tests de normalité sur les données observées





## ANNEXE 2 – Transformation des variables à expliquer

Temps d'opération (x 1000 h)	$\mu_X(t)$	$\sigma_X(t)$	$\sigma_X^2(t)$	$\sqrt{\mu_X(t)}$	$\sqrt{\sigma_X(t)}$
4	0,640	0,126	0,016	0,8000	0,3551
6,1	1,005	0,254	0,065	1,0027	0,5040
8,5	1,497	0,478	0,228	1,2235	0,6914
11	2,218	0,810	0,656	1,4893	0,9000
13,5	3,566	1,034	1,068	1,8884	1,0169
16,1	4,678	1,539	2,368	2,1629	1,2406
18,5	6,151	1,891	3,576	2,4801	1,3751
21,1	8,033	2,284	5,215	2,8343	1,5113
23,5	9,968	2,657	7,060	3,1572	1,6300
26,1	12,105	3,330	11,088	3,4792	1,8248
28	13,430	3,870	14,950	3,6647	1,9672
30,1	14,870	4,510	20,310	3,8562	2,1237

### ANNEXE 3 – Estimation non-paramétrique de Kaplan-Meier

Temps de défaillance	Nombre d'unités à risque	Fiabilité de Kaplan-Meier	Erreur Standard	95,0% Normal CI	
				Inférieur	Supérieur
13,2	13	0,923	0,074	0,778	1,000
13,9	12	0,846	0,100	0,650	1,000
14,1	11	0,769	0,117	0,540	0,998
15,3	10	0,692	0,128	0,441	0,943
15,4	9	0,615	0,135	0,351	0,880
16,2	8	0,538	0,138	0,267	0,809
16,7	7	0,462	0,138	0,191	0,733
17,4	6	0,385	0,135	0,120	0,649
17,9	5	0,308	0,128	0,057	0,559
18,9	4	0,231	0,117	0,002	0,460
19,9	3	0,154	0,100	0,000	0,350
20	2	0,077	0,074	0,000	0,222
22,3	1	0,000	0,000	0,000	0,000